

К ТЕОРИИ МИГРАЦИИ МЕТАНОВЫХ ПУЗЫРЬКОВ В УСЛОВИЯХ ОБРАЗОВАНИЯ ГИДРАТА

© 2013 А.А. Русинов, А.С. Чиглинцева,¹ В.Ш. Шагапов²

В работе предложена и построена теоретическая модель процесса миграции метановых пузырьков в условиях образования гидрата в восходящем потоке в вертикальном канале. Получены критические значения массовых расходов газа и воды, обеспечивающие необходимые условия полного перехода газа, подаваемого в реактор, в состав газогидрата. Установлено, что при миграции газовых пузырьков в реакторе возможны два режима протекания процесса гидратообразования в зависимости от начального значения массового расхода воды: газовые пузырьки либо полностью переходят в гидратное состояние в виде отдельных включений, либо частично образуют пузыри с гидратной оболочкой (скорлупой). Проведен анализ влияния размеров газовых пузырьков на динамику процесса гидратообразования.

Ключевые слова: газогидраты, скважина, канал, пузырьки.

В соответствии с современными акустическими исследованиями известно, что в Мировом океане ежегодно происходят непрерывные выбросы метана, которые составляют порядка несколько сотен тонн газа [1]. Во всем мире насчитывается около 10000 подводных грязевых вулканов, которые хранят до 10^{10} – 10^{12} м³ метана в газогидратах [1]. Исследования, проведенные в Охотском море на Сахалинском склоне, показали, что выходы метановых пузырьков со дна моря сопровождаются образованием гидрата на их поверхности [2; 3]. Это связано с тем, что в процессе всплытия пузырьков к поверхности океана в зависимости от глубины создаются термобарические условия для образования и разложения гидратной оболочки [4], фазовая диаграмма которых представлена на рис. 1. Известно, что большинство газовых источников находятся на глубине порядка 1500 м, например грязевой вулкан "Након Mosby" [1]. Точкой на рис. 1 отмечены условия, которые реализуются на данном источнике и способствуют образованию гидрата.

Поскольку в 1 м³ газогидрата содержится около 160 м³ газа и 0,8 м³ воды [5], то это обстоятельство позволяет рассматривать гидрат как один из перспективных источников углеводородного сырья. Поэтому необходимо производить сбор пузырьков, частично покрытых гидратной оболочкой или представленных отдельными включениями с помощью купола-ловушки, для их последующей транспортировки с целью получения из них газа.

¹Русинов Алексей Александрович (irtysh2009@mail.ru), Чиглинцева Ангелина Сергеевна (changelina@rambler.ru), кафедра математического анализа и прикладной математики Бирского филиала Башкирского государственного университета, 452453, Российская Федерация, г. Бирск, Интернациональная, 10.

²Шагапов Владислав Шайхулагзамович (shagapov@rambler.ru), Институт механики Уфимского научного центра РАН, 450054, Российская Федерация, г. Уфа, пр. Октября, 71.

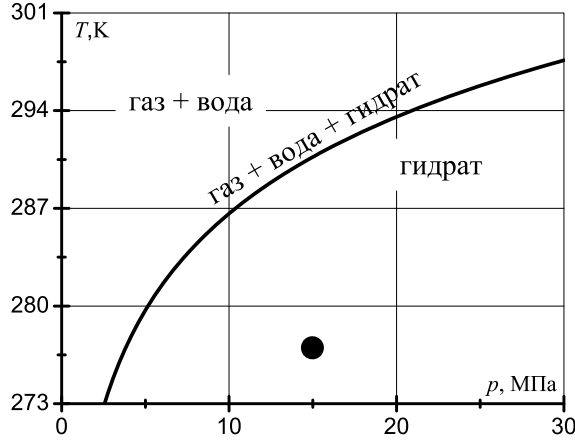


Рис. 1. Фазовая диаграмма

1. Постановка задачи и основные уравнения

В работе рассматривается процесс миграции систем газовых пузырьков в вертикальном канале в условиях образования гидрата, технологическая схема которого представлена на рис. 2. Согласно предлагаемой схеме над источником газа в условиях Мирового океана предлагается установка направляющего цилиндрического канала. Направим поток, в который снизу поступают вода и газ. Причем поступление воды в реактор может происходить за счет эффекта инжекции газового потока, а также гравитационной тяги, обусловленной разницей потока в реакторе и окружающей реактор жидкости. В том случае, если эти факторы недостаточны для поступления необходимого количества воды в реактор, можно предусмотреть принудительную подачу воды. Затем мигрирующие в канале гидратные включения или пузырьки с гидратной скорлупой попадают в ловушку, которая расположена над потоком, и далее транспортируются для последующего отбора из них газа.

Ось z направим по оси цилиндрического канала вертикально вверх. Будем полагать, что все основные параметры течения трехфазной системы, состоящей из частиц газа, воды и гидрата, однородны по сечению цилиндра. Пузырьки газа поднимаются вверх вдоль оси z , причем на поверхности этих пузырьков образуется гидрат.

Пусть n_g — число пузырьков в единице объема. Дроблением и слипанием гидратных пузырьков, поднимающихся со скоростью w_g , будем пренебрегать. Тогда уравнение сохранения числа пузырьков имеет вид [6]:

$$\frac{d}{dz} (Sn_g w_g) = 0, \quad S = \pi R^2,$$

где S — площадь сечения канала. Нижние индексы h , l , g относятся к параметрам гидрата, воды и газа.

Запишем уравнения сохранения масс соответственно для газа, воды и гидрата, при этом будем полагать, что скорости газовой и гидратной фазы равны:

$$\frac{dM_l}{dz} = -J_l, \quad \frac{dM_g}{dz} = -J_g, \quad \frac{dM_h}{dz} = J_h, \quad (1)$$

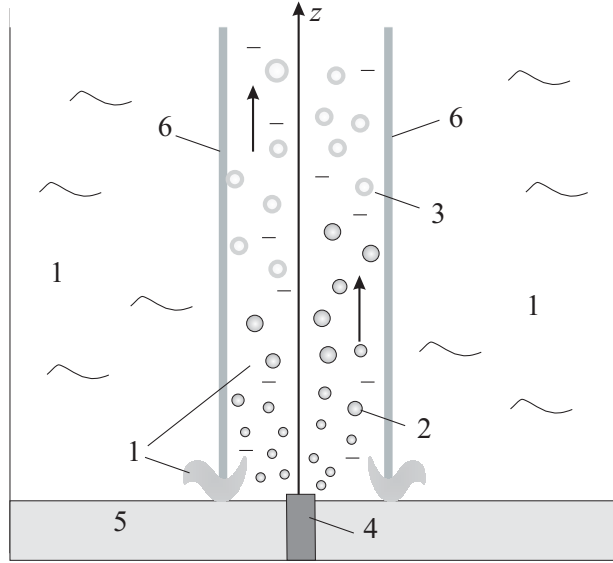


Рис. 2. Технологическая схема:

1 — вода, 2 — газовый пузырек, 3 — гидратный пузырек, 4 — источник газа, 5 — осадочные породы, 6 — вертикальный канал

$$M_l = S\rho_l^0\alpha_l w_l, \quad M_g = S\rho_g^0\alpha_g w_g, \quad M_h = S\rho_h^0\alpha_h w_h, \quad (w_g = w_h), \quad (2)$$

где M_i , ρ_i^0 , α_i , w_i — массовые расходы, истинные плотности, объемные содержания и скорости фаз; J_l , J_g , J_h — интенсивности расхода воды, газа и образования гидрата.

Поскольку газогидрат — клатратное соединение с массовым содержанием газа G , поэтому интенсивности расхода газа, воды и образования гидрата связаны как

$$J_l = (1 - G) J_h, \quad J_g = G J_h. \quad (3)$$

Приведенную систему уравнений необходимо дополнить следующими кинематическими соотношениями:

$$\alpha_l + \alpha_g + \alpha_h = 1, \quad \alpha_g = \frac{4}{3}\pi a_g^3 n_g, \quad \alpha_h = \frac{4}{3}\pi (a_h^3 - a_g^3) n_g, \quad (4)$$

где a_g — радиус газовых пузырьков, a_h — радиус гидратных пузырьков.

Уравнение импульсов для трехфазного потока в рамках вышеприведенных допущений может быть записано в виде [6]:

$$\frac{d}{dz} (M_l w_l + (M_g + M_h) w_g) = -S \frac{dp}{dz} - Sg (\alpha_l \rho_l^0 + \alpha_g \rho_g^0 + \alpha_h \rho_h^0) - 2\pi R \tau_c, \quad (5)$$

где τ_c — сила трения между потоком и стенкой канала, отнесенная к единице площади его поверхности.

Для замыкания системы уравнений запишем уравнение миграции для газового пузыря относительно жидкости, пренебрегая инерционными эффектами жидкостного потока, которое будет иметь вид [6]:

$$w_g \frac{d}{dz} (m_b w_g + m_{pr} w_{gl}) = -m_b g - \frac{4}{3}\pi a_h^3 \frac{dp}{dz} - \pi a_h^2 \tau_b, \quad (6)$$

$$m_b = \frac{4}{3}\pi a_g^3 \rho_g^0 + \frac{4}{3}\pi (a_h^3 - a_g^3) \rho_h^0, \quad m_{pr} = \frac{2}{3}\pi a_h^3 \rho_l^0, \quad (7)$$

$$w_{gl} = w_g - w_l, \quad (8)$$

где m_b , m_{pr} —масса соответственно гидратного пузырька и присоединенная, τ_b —сила трения между пузырьком, покрытого гидратной оболочкой и потоком жидкости, отнесенная к единице площади сечения поверхности пузырька, w_{gl} —скорость миграции газового пузыря относительно жидкости.

При записи уравнения сохранения энергии воды в канале будем пренебрегать потерями тепла через стенки канала. Тогда можем записать следующее уравнение баланса тепла, которое будет иметь вид:

$$\frac{d}{dz}(M_l c_l T_l) = Q - J_l c_l T_{hs}, \quad Q = S n_g 4\pi a_h^2 q_{ls}. \quad (9)$$

Здесь T_l —температура воды в канале, c_l —теплоемкость воды (при постоянном давлении), q_{ls} —интенсивность теплообмена между жидкостным потоком в канале и поверхностью гидратной оболочки пузыря, отнесенная к единице его площади, T_{hs} —температура поверхности гидратного пузыря.

Жидкость будем считать несжимаемой, а газ калорически совершенным:

$$\rho_l^0 = const, \quad p = \rho_g^0 R_g T.$$

2. Силовое и тепловое взаимодействия потока со стенками канала и гидратным пузырьком

Силу трения между потоком и каналом примем в виде [6]:

$$\tau_c = \xi_c \frac{\rho w_l^2}{2}, \quad \rho = (\alpha_g \rho_g^0 + \alpha_l \rho_l^0 + \alpha_h \rho_h^0),$$

$$\xi_c = \frac{0,3165}{\text{Re}_l^{0.25}}, \quad \text{Re}_l = \frac{2R\rho_l^0 w_l}{\mu_l}.$$

Здесь выражение для коэффициента гидравлического сопротивления ξ_c соответствует формуле Блазиуса для гладких труб, Re_l —критерий Рейнольдса и μ_l —эффективный коэффициент динамической вязкости для жидкостного потока.

Сила трения между гидратным пузырьком и потоком жидкости может быть записана в виде [7]:

$$\tau_b = \xi_b \frac{\rho_l^0 w_{gl}^2}{2}, \quad \xi_b = \frac{12}{\text{Re}_{gl}} (1 + 0,0811 \text{Re}_{gl}^{0.879}),$$

$$\text{Re}_{gl} = \frac{2a_h \rho_l^0 w_{gl}}{\mu_l}.$$

Для интенсивности теплового потока между жидкостью в канале и поверхностью пузырька будем использовать формулу [6]:

$$q_{ls} = \beta(T_{hs} - T_l), \quad \beta = \frac{\lambda_l \text{Nu}}{2a_h},$$

$$\text{Nu} = 2 + 0,46 \text{Re}_{gl}^{0.55} \text{Pr}^{0.3}, \quad \text{Pr} = \frac{\mu_l c_l}{\lambda_l},$$

где Pr и Nu —приведенные числа Прандтля и Нуссельта, λ_l —эффективный коэффициент теплопроводности для жидкости.

3. Описание интенсивности образования гидратных пузырьков

Интенсивность образования гидрата J_h представим как

$$J_h = Sn_g 4\pi a_h^2 j_h, \quad (10)$$

где j_h — интенсивность образования гидрата, отнесенная на единицу площади поверхности гидратного пузырька.

Примем, что интенсивность образования гидратного пузырька лимитируется интенсивностью отвода тепла от его поверхности жидкостью. При этом температура поверхности гидратного пузыря T_h равна равновесной температуре образования гидрата T_s , которая соответствует значению давления p для данной глубины ($T_h = T_s(p)$). Для зависимости $T_s(p)$ будем использовать выражение:

$$T_s(p) = T_{(h0)} + T_* \ln(p/p_{(h0)}). \quad (11)$$

В соответствии с вышесказанным можно записать:

$$j_h = \frac{q_{ls}}{l_h}. \quad (12)$$

Здесь l_h — удельная теплота образования гидрата.

4. Приведение уравнений к виду, удобному для численных расчетов

Для проведения численных расчетов вышеприведенную систему уравнений можно несколько упростить. Из (1) с учетом (2)–(4) получим выражения, которые выражают законы изменения радиусов гидратного и газового пузырьков соответственно:

$$\frac{da_h}{dz} = \frac{j_h}{w_g} \left(\frac{1}{\rho_h^0} - \frac{G}{\rho_g^0} \right), \quad \frac{da_g}{dz} = -\frac{G j_h a_h^2}{w_g \rho_g^0 a_g^2}.$$

Запишем закон сохранения массы газа в гидратном пузырьке:

$$\frac{4}{3}\pi a_g^3 \rho_g^0 + \frac{4}{3}\pi (a_h^3 - a_g^3) \rho_h^0 G = \frac{4}{3}\pi a_{g0}^3 \rho_g^0,$$

из которого следует зависимость для радиуса газового пузырька от текущего радиуса гидратного пузырька:

$$a_g = \sqrt[3]{\frac{a_{g0}^3 \rho_g^0 - G a_h^3 \rho_h^0}{\rho_g^0 - G \rho_h^0}}.$$

На основе уравнения (9) с учетом (1), (3), (10) и (12) получим интеграл энергии:

$$M_l c_l T_l + M_h l_h + (1 - G) M_h c_l T_{hs} = c. \quad (13)$$

Здесь c — постоянная, определяемая из условий на входе и на выходе из канала.

Пусть в канал поступают вода с некоторым начальным массовым расходом $M_l = M_{l0}$ при температуре $T_l = T_{l0}$ и газ с массовым расходом $M_g = M_{g0}$. Следовательно, на входе ($z = 0$) и на выходе ($z = z_e$) канала можем записать соответственно следующие граничные условия:

$$M_l = M_{l0}, \quad M_g = M_{g0}, \quad T_l = T_{l0}; \quad M_l = M_{le}, \quad T_l = T_{le}, \quad M_h = M_{he}. \quad (14)$$

Допустим, что за время нахождения в реакторе газ полностью переходит в гидратное состояние. Поэтому для массовых расходов гидрата при $z = 0$ и газа при $z = z_e$ имеет место $M_{h0} = M_{ge} = 0$.

Тогда интеграл энергии (13) с учетом граничных условий (14) примет вид:

$$(M_{l0} - (1 - G) M_h) c_l T_l - M_h l_h + (1 - G) M_h c_l T_{hs} = M_{l0} c_l T_{l0}. \quad (15)$$

Данное выражение позволяет однозначно определить текущую температуру воды T_l через текущий массовый расход гидрата M_h :

$$T_l = \frac{M_{l0} c_l T_{l0} + M_h (l_h - (1 - G) c_l T_{hs})}{(M_{l0} - (1 - G) M_h) c_l}. \quad (16)$$

Таким образом, получаем систему, состоящую из трех дифференциальных уравнений:

$$\frac{dp}{dz} = -\frac{(M_g + M_h) (-m_b g + 2\pi a_h^2 F_{sq})}{S w_g (m_b + m_{pr})} - g (\alpha_l \rho_l^0 + \alpha_g \rho_g^0 + \alpha_h \rho_h^0) - \frac{2\tau_c}{R}, \quad (17)$$

$$\frac{dw_g}{dz} = \frac{-m_b g + 2\pi a_h^2 F_{sq}}{w_g (m_b + m_{pr})}, \quad (18)$$

где $F_{sq} = \frac{2a_h}{3} \rho_l^0 g - 2\tau_b - 2w_g j_h (1 - G) - w_{gl} \rho_l^0 j_h \left(\frac{1}{\rho_h^0} - \frac{G}{\rho_g^0} \right)$,

$$\frac{da_h}{dz} = \frac{j_h}{w_g} \left(\frac{1}{\rho_h^0} - \frac{G}{\rho_g^0} \right). \quad (19)$$

5. Критические значения массовых расходов газа и воды

Из уравнения (3) с учетом (1) следует интеграл масс $M_g + GM_h = const$. Учитывая граничные условия (14) и полный переход пузырьков газа в гидратное состояние, получаем, что массовые расходы газа и гидрата связаны следующим соотношением:

$$M_{g0} = GM_{he}. \quad (20)$$

Подставляя (20) в (15), получим выражения для определения критического значения массового расхода воды, необходимого для полного образования гидрата:

$$M_l^* = \frac{M_g^* l_h}{c_l \Delta T G}. \quad (21)$$

Здесь M_g^* , M_l^* — критические значения массовых расходов газа и воды.

6. Результаты расчетов

Для параметров, определяющих теплофизические свойства гидрата, воды и газа, были приняты следующие значения: $\rho_h = 910$ кг/м³, $\rho_l = 1000$ кг/м³, $l_h = 5 \cdot 10^5$ Дж/кг, $\lambda_l = 0,58$ Дж/(м·с·К), $\lambda_g = 0,03$ Дж/(м·с·К), $c_l = 4200$ Дж/(кг·К), $\mu_l = 0,001$ кг/(м·с), $R_g = 520$ Дж/(кг·К), $G = 0,12$.

В расчетах полагаем, что источник газа расположен на глубине $h = 1500$ м. Для базовых параметров, определяющих геометрию и режим работы канала, принимались следующие численные величины для параметров: $R = 1$ м, $M_{g0} = 1$ кг/с, $T_{l0} = 277$ К, $p = 15 \cdot 10^6$ Па. Тогда соответствующая равновесная температура для

данного значения давления согласно формуле (11) равна $T_s = 290,6$ К. Значение массового расхода воды на входе ($M_{l0}^{(\min)} = 76$ кг/с) принималось согласно формуле (21), которое соответствует минимальному значению массового расхода воды, необходимого для полного образования гидратного пузырька.

Чтобы определить характерную картину процесса миграции метановых пузырьков, рассмотрим два случая: начальный массовый расход воды больше и соответственно меньше минимального значения.

На рис. 3 представлены распределения массовых расходов газа и гидрата, скоростей газовых пузырьков и воды, температуры воды вдоль канала, а также радиусов газового и гидратного пузырька. При этом принимались следующие значения: $a_{g0} = 1$ мм, $M_{l0} = 100$ кг/с. Из рис. 3, а, г видно, что процесс гидратообразования заканчивается, т. е. газ в пузырьке полностью переходит в гидратное состояние, на высоте порядка 0,5 м. При этом температура воды в канале не достигает равновесной температуры образования гидрата, что проиллюстрировано на рис. 3, в. Из рис. 3, б видно, что газовые пузырьки при заданной начальной скорости ускоряются и принимают максимальную скорость на высоте порядка 2,5 см, после чего скорости всплытия гидратных пузырьков уменьшаются.

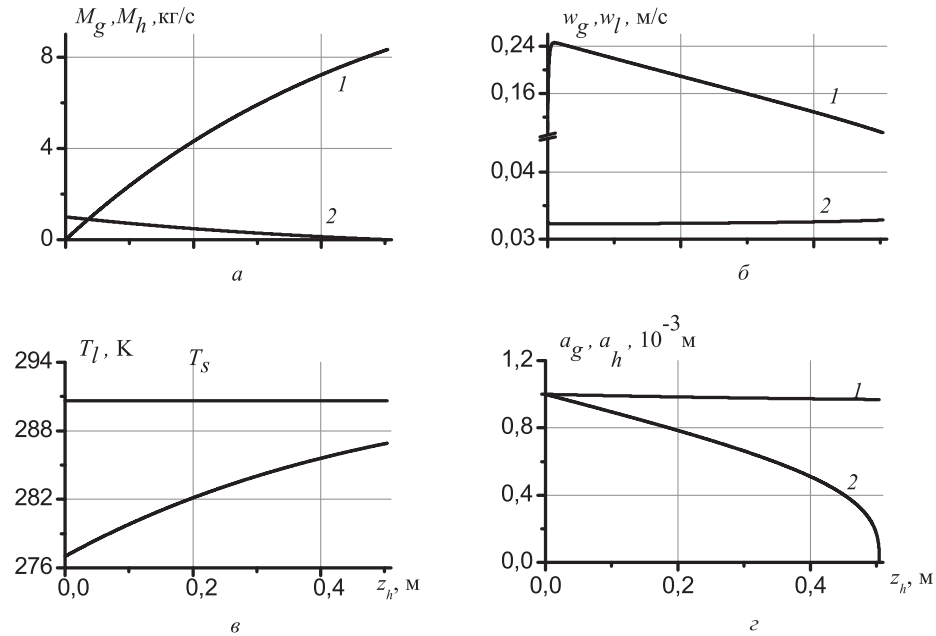


Рис. 3. Распределения массовых расходов: а — 1—гидрата и 2—газа; б — скоростей 1—газовых пузырьков и 2—воды; в — температуры воды вдоль канала; г — радиусов 1—гидратного и 2—газового пузырька при полном образовании гидрата

На рис. 4 представлены распределения массовых расходов газа и гидрата, скоростей газовых пузырьков и воды, температуры воды вдоль канала, а также радиусов газового и гидратного пузырька. При этом принимались следующие значения: $a_{g0} = 1$ мм, $M_{l0} = 50$ кг/с. Из рис. 4, в видно, что процесс гидратообразования заканчивается на высоте порядка 1 м вследствие достижения температуры воды в канале равновесной температуры образования гидрата для данного зна-

чения давления. При этом газ в пузырьках не полностью переходит в гидратное состояние, и пузырьки частично состоят из гидратной и газовой фазы, что иллюстрировано на рис. 4, а и рис. 4, з.

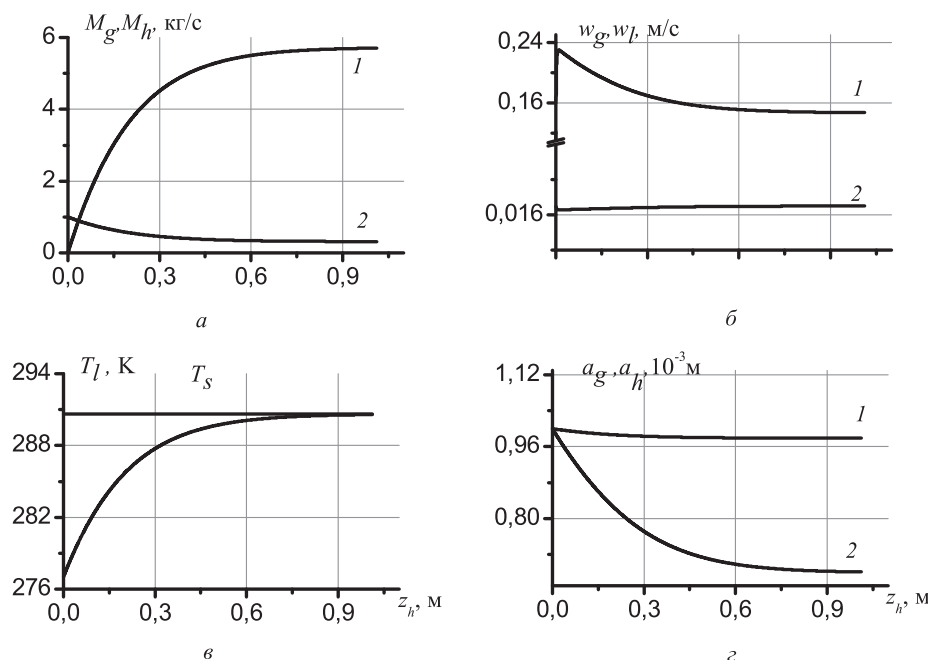


Рис. 4. Распределения массовых расходов:

а — 1—гидрата и 2—газа; б — скоростей 1—газовых пузырьков и 2—воды; в — температуры воды вдоль канала; з — радиусов 1—вибраторам и 2—газового пузырька при частичном образовании гидрата

Таким образом, из вышерассмотренных случаев можно сделать следующий вывод. При миграции газовых пузырей в вертикальном канале возможны два режима протекания процесса гидратообразования газовых пузырьков. Если при данном значении массового расхода газа M_{g0} начальное значение массового расхода воды больше критического $M_{l0} > M_l^*$, то газовые пузырьки полностью превращаются в гидратные части, при этом температура воды в канале не достигает равновесной температуры образования гидрата. Если $M_{l0} < M_l^*$, то газовые пузырьки частично состоят из гидратной и газовой фазы, а при этом температура воды в канале достигает равновесной, и процесс гидратообразования завершается.

По данной теоретической модели был проведен анализ влияния начального массового расхода воды на процесс гидратообразования.

На рис. 5 представлена зависимость влияния начального массового расхода воды на процесс гидратообразования при различных значениях начального радиуса газовых пузырьков: 1, 1,5 и 2 мм. Видно, что при увеличении начального массового расхода воды высота, на которой завершается процесс гидратообразования, растет до некоторого максимального значения, а затем начинает уменьшаться. Это связано с тем, что, если $M_{l0} < M_l^*$, то процесс гидратообразования завершается при достижении температуры жидкости в канале T_l равновесной температуры T_s для данного значения давления. С увеличением массового расхода

жидкости необходимо затратить больше тепла для того, чтобы температура воды достигла равновесного значения. Поэтому данный процесс заканчивается на больших высотах. При $M_{10} > M_l^*$ процесс гидратообразования завершается при полном переходе газовых пузырей в гидратное состояние: чем больше M_{10} , тем происходит увеличение скорости движения воды, и, как следствие, приводит к интенсивному теплосъему с поверхности гидратных пузырьков и соответственно к переходу газа в гидратное состояние.

Также из графика видно, что с увеличением радиусов пузырьков процесс образования гидрата заканчивается на большей высоте. Это объясняется тем, что с увеличением объема пузырьков их число в единице объема реактора уменьшается, что приводит к уменьшению площади контакта их поверхности с водой, вследствие чего интенсивность перехода газа в гидратное состояние замедляется.

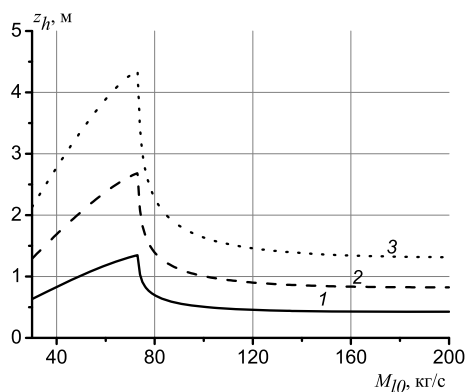


Рис. 5. Зависимость процесса завершения гидратообразования от начального массового расхода воды при различных радиусах газовых пузырьков: 1—1 мм, 2—1,5 мм, 3—2 мм

Заключение

В работе исследован процесс миграции метановых пузырьков в условиях образования гидрата в вертикальном канале. Получены критические значения массовых расходов газа и воды, необходимые для процесса полного образования гидрата. Установлено, что при миграции газовых пузырей в вертикальном канале возможны два режима протекания процесса гидратообразования. Данный процесс может завершаться либо при полном переходе газа в гидратное состояние, либо при достижении температуры воды в канале равновесной температуры образования гидрата для данного значения давления на соответствующей глубине.

Литература

- [1] Methane discharge from a deep-sea submarine mud volcano into the upper water column by gas hydrate-coated methane bubbles / E.J. Sautera [et al.] // *Earth and Planetary Science Letters*. 2006. № 243(3–4). P. 354–365.
- [2] Gumerov N.A., Chahine G.L. Dynamics of bubbles in conditions of gas hydrate formation // *Fluid Dynamics*. 1992. № 5. P. 664–669.
- [3] Study on the kinetics of hydrate formation in a bubble column / Y.-T. Luoa [et al.] // *Chemical Engineering Science*. 2007. № 62. P. 1000–1009.
- [4] Maksimov A.O., Sosedko E.V. Dynamics of sea bubbles covered by a hydrate skin // XVI Session of the Russian Acoustical Society M., 2005. P. 459–462.
- [5] Дмитриевский А.Н. Газогидраты морей и океанов — источник углеводородов будущего. М.: ООО "ИРЦ Газпром", 2009. 416 с.
- [6] Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. М.: Наука, 1987. Т. 1. 464 с.

Поступила в редакцию 23/III/2013;
в окончательном варианте — 23/III/2013.

ON THE THEORY OF MIGRATION OF METHANE BUBBLES IN THE CONDITION OF HYDRATE FORMATION

© 2013 A.A. Rusinov, A.S. Chiglintseva³ V.Sh. Shagapov⁴

The paper a theoretical model and migration of methane bubbles in the hydrate formation conditions in the upward flow of water in a vertical channel is suggested and built. We obtain critical values of mass flow rates of gas and water, providing the necessary conditions for the full transition to the reactor, the gas in the gas hydrate. It is found out that at migration of gas bubbles in the reactor, two possible modes of the process of hydrate depending on the initial mass flow rate of water: gas bubbles or completely converted into hydrated state as separate inclusions or partially, forming bubbles with a hydrated shell. Analysis of influence of size of gas bubbles on the process of hydrate formation).

Key words: gas hydrates, crack, canal, bubbles.

Paper received 23/III/2013.
Paper accepted 23/III/2013.

³Rusinov Alexander Alexandrovich (irtysh2009@mail.ru), Chiglintseva Angelina Sergeevna (changelina@rambler.ru), the Dept. of Mathematical Analysis and Applied Mathematics, Birk branch of Bashkir State University, Birk, 452453, Russian Federation.

⁴Shagapov Vladislav Shayhulagzamovich (shagapov@rambler.ru), Institute of Mechanics of Ufa Branch of Russian Academy of Sciences, Ufa, 450054, Russian Federation.