

УДК 532.542

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ОБРАЗОВАНИЯ И РАЗЛОЖЕНИЯ ГАЗОГИДРАТНЫХ ЧАСТИЦ ПРИ ИХ ВСПЛЫТИИ В ВОДЕ

© 2013 В.Ш. Шагапов¹ Б.И. Тазетдинов²

В работе рассматривается процесс всплытия газогидратной частицы в жидкости. Выделены характерные глубины, на которых всплытие сопровождается образованием гидрата или остается без изменений гидратной частицы, а также малые глубины, где всплытие сопровождается разложением гидратной частицы. Принято, что интенсивность образования и разложения гидрата определяется конвективным теплообменом с окружающей частицу водой.

Ключевые слова: фазовые переходы, газогидрат, всплытие газогидратной частицы.

Причины появления газовых пузырьков в морской воде могут быть как природного характера (подводные грязевые вулканы, разломы осадочных пород), так и техногенного (аварии на подводных трубопроводах, буровых установках) [1; 2]. Экспериментальные исследования газовых выбросов со дна подводного грязевого вулкана, расположенного в Норвежском море, показали, что газовые факелы достаточно хорошо наблюдаются с помощью судовых эхолотов и простираются от дна до глубин приблизительно 400 м, как показано на рис. 1, заимствованном из [2]. Длительное существование пузырьков при их выбросе на больших глубинах в области высокого гидростатического давления можно объяснить образованием на их поверхности гидратной корки. Последующее исчезновение гидратных частиц в приповерхностных слоях океана в процессе их всплытия может происходить из-за их попадания в области термодинамических условий, соответствующих разложению газогидратов.

Для проверки справедливости этих предположений в работе выполнено теоретическое исследование процесса всплытия газового пузырька со дна океана, который условно разделен на три области. В первой области, соответствующей высоким давлениям, происходит образование гидратной корки на поверхности газового пузырька. Предполагается, что доминирующим фактором образования гидрата является интенсивность отвода тепла, выделяющегося при образовании гидрата, в окружающую воду. Вторая область характеризуется всплытием монолитной газогидратной частицы, образовавшейся в первой области, без изменений (массообменные процессы между "чистым" гидратом и окружающей водой не происходят), по-

¹Шагапов Владислав Шайхулаязамович (shagapov@rambler.ru), Институт механики Уфимского научного центра РАН, 450025, Российская Федерация, г. Уфа, Проспект Октября, 71.

²Тазетдинов Булат Ильгизович (bulatbirskeyandex.ru), кафедра математического анализа и прикладной математики Бирского филиала Башкирского государственного университета, 452453, Российская Федерация, г. Бирск, Интернациональная, 10.

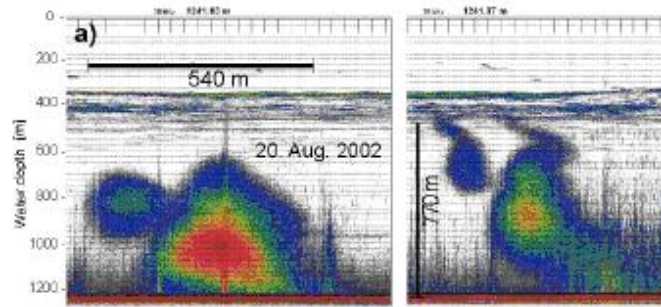


Рис. 1. Пузырьковый факел на эхограмме в толще воды над подводным грязевым вулканом Хаакон Мосби (2002) [2]

ка она не достигнет глубины, на которой термобарические условия удовлетворяют разложению гидрата. В третьей области, когда газогидратная частица попадает в приповерхностные слои океана, начинается его разложение, которое определяется конвективным теплообменом с окружающей жидкостью.

1. Моделирование процесса образования газогидратной корки на поверхности газового пузырька

Рассмотрим процесс образования газогидрата на поверхности одиночного газового пузырька при его всплытии в неограниченном объеме жидкости. Для теоретического описания процесса ось координат z направим вертикально вверх с началом в центре пузырька. Жидкость будем считать несжимаемой ($\rho_l^0 = \text{const}$).

Для состояния газа примем уравнение Менделеева — Клайперона

$$p = \rho_g R_g T_g,$$

где ρ_g , T_g плотность и температура газа при текущем значении давления p , R_g — приведенная газовая постоянная с учетом коэффициента сжимаемости при высоком давлении. Здесь и в дальнейшем индексы l , g , h будем относить к параметрам воды, газа и гидрата.

На границе контакта газа с водой будет образовываться гидратная корка. Будем считать эту гидратную корку достаточно рыхлой, и поэтому ее диффузионным сопротивлением при прохождении через нее газа можно пренебречь. Тогда рост массы газогидратного пузырька будет происходить только вследствие поступления воды из окружающей среды. Пусть j_l — интенсивность поглощения воды на образование гидрата, отнесенная на единицу площади сферической частицы. Тогда уравнение для изменения ее массы, состоящей из газового ядра и гидратной оболочки, запишем как

$$\frac{dm_{hg}}{dt} = 4\pi a_{hg}^2 j_l, \quad (1.1)$$

здесь m_{hg} , a_{hg} — масса и внешний радиус газогидратной частицы соответственно.

Полагаем, что газ не уходит за пределы гидратной корки и с течением времени переходит в состав газогидрата. Поэтому закон сохранения массы газа запишется в виде

$$\frac{4}{3}\pi a_g^3 \rho_g + \frac{4}{3}\pi(a_{hg}^3 - a_g^3)\rho_h^0 G = \frac{4}{3}\pi a_{g0}^3 \rho_{g0}, \quad (1.2)$$

где a_g — радиус газового ядра, ρ_h^0 — плотность гидрата, G — массовое содержание газа в гидрате. Здесь и в дальнейшем дополнительный нижний индекс 0 соответствует исходным значениям параметров.

Уравнение импульсов для гидратной частицы примем в виде

$$\frac{d(w(m_{hg} + \mu_{hg}))}{dt} = f_A - f_T - f_c. \quad (1.3)$$

Здесь силы Архимеда, тяжести, гидродинамического сопротивления соответственно определяются из выражений

$$f_A = \frac{4}{3}\pi a_{hg}^3 \rho_l^0 g, f_T = \frac{4}{3}\pi((a_{hg}^3 - a_g^3)\rho_h^0 + a_g^3 \rho_g)g, f_c = \xi \pi a_{hg}^2 \frac{\rho_l^0 w^2}{2},$$

а масса газогидратной частицы и присоединенная масса имеют вид

$$m_{hg} = \frac{4}{3}\pi((a_{hg}^3 - a_g^3)\rho_h^0 + a_g^3 \rho_g), \mu_{hg} = \frac{2}{3}\pi a_{hg}^3 \rho_l^0,$$

где w — скорость всплытия частицы.

Для зависимости коэффициента гидродинамического сопротивления от числа Рейнольдса используем следующее выражение [3]:

$$\xi = \frac{12}{\text{Re}}(1 + 0,0811\text{Re}^{0,879}), \text{Re} = \frac{2a_{hg}\rho_l^0 w}{\mu_l},$$

здесь μ_l — динамическая вязкость воды.

На внешней границе газогидратной частицы ($r = a_{hg}$) выполняется условие баланса тепла

$$j_h l_h = q^- - q^+, \quad (1.4)$$

где j_l — интенсивность фазового перехода гидрата, отнесенная на единицу площади сферической частицы гидрата, q^- , q^+ — интенсивности тепловых потоков от стенки газогидратной частицы в воду и гидратную частицу, l_h — теплота образования гидрата, отнесенная на единицу его массы.

В составе газогидрата концентрация газа и воды подчиняется "стехиометрическому условию", поэтому интенсивности потребления газа j_g и воды j_l с интенсивностью образования гидрата j_h связаны как

$$j_g = G j_h, j_l = (1 - G) j_h. \quad (1.5)$$

Примем, что процесс образования гидрата лимитируется отводом тепла от поверхности пузырька окружающей жидкостью, кроме того, будем полагать, что $q^+ \ll q^-$. Тогда интенсивность поглощения воды, определяемая из (1.4) с учетом (1.5), запишется как

$$j_l = (1 - G) \frac{q^-}{l_h}, q^- = k(T_h - T_l), k = \frac{\text{Nu}_l \lambda_l}{2a_{hg}},$$

где k — коэффициент теплообмена между частицей и окружающей водой, λ_l — теплопроводность воды. Число Нуссельта Nu_l , справедливое для широкого диапазона чисел Рейнольдса Re и Прандтля Pr , зададим в виде [4]

$$\text{Nu}_l = 2 + 0,46\text{Re}^{0,55}\text{Pr}^{0,33}, 1 < \text{Re} < 7 \cdot 10^4, 0,6 < \text{Pr} < 400, \text{Pr} = \nu_l/\chi_l,$$

где ν_l , χ_l — кинематическая вязкость и коэффициент температуропроводности воды соответственно.

Будем полагать температуру всей частицы однородной и равной равновесной температуре $T_h = T_g = T_s(p)$ для текущего значения давления p , которая определяется из выражения

$$T_s(p) = T_{h0} + T_* \ln \frac{p}{p_{h0}}, \quad (1.6)$$

где T_{h0} — равновесная температура гидрата, соответствующая значению давления p_{h0} , T_* — эмпирический параметр, зависящий от вида газогидрата [5].

Для распределения давления в воде по высоте примем гидростатический закон

$$p = p_a + \rho_l^0 g(h - z),$$

где p_a — атмосферное давление, h — начальная глубина, с которой начинается всплытие, z — текущая координата положения частицы. Для большей наглядности описания процесса перехода газового пузырька в гидратную частицу вместо переменной t примем вертикальную координату z . В этом случае уравнение (1.1) примет вид

$$\frac{dm_{hg}}{dz} = \frac{4\pi a_{hg}^2 j_l}{w}, w = \frac{dz}{dt}. \quad (1.7)$$

Из закона сохранения массы газа (1.2) следует выражение для текущего радиуса газового ядра:

$$a_g^3 = \frac{(a_{g0}^3 \rho_{g0} - a_{hg}^3 \rho_h^0 G)}{(\rho_g - \rho_h^0 G)}. \quad (1.8)$$

С учетом уравнений (1.7), (1.8) и предполагая, что $\rho_g \approx \rho_{g0}$, получим следующее дифференциальное уравнение, описывающее изменение радиуса газогидратной частицы:

$$\frac{da_{hg}}{dz} = \frac{j_l}{w} \frac{1}{(1 - G)} \left(\frac{1}{\rho_h^0} - \frac{G}{\rho_{g0}} \right). \quad (1.9)$$

Уравнение импульсов (1.3) после преобразования, с учетом малости реактивных сил, примет вид

$$\frac{dw}{dz} = \frac{((2\mu_{hg} - m_{hg})g - f_c)}{w(m_{hg} + \mu_{hg})}. \quad (1.10)$$

Получаем систему обыкновенных дифференциальных уравнений (1.9), (1.10) изменения внешнего радиуса частицы и скорости ее всплытия.

В исходном состоянии ($z = 0$) радиус, масса, скорость пузырька, а также температура газа внутри пузырька соответственно равны $a_{hg} = a_{g0}$, $m_{hg} = m_{g0}$, $w = w_0$, $T_g = T_l$.

При численных расчетах для теплофизических параметров рассматриваемой системы приняты следующие значения: $\rho_h^0 = 910$ кг/м³, $l_h = 5 \cdot 10^5$ Дж/кг, $T_{h0} = 283$ К, $p_{h0} = 6,95 \cdot 10^6$ Па, $\rho_l^0 = 1000$ кг/м³, $\lambda_l = 0,556$ Вт/(м·К), $\nu_l = 10^{-6}$ м²/с, $\mu_l = 10^{-3}$ Н·с/м², $\chi_l = 1,324 \cdot 10^{-7}$ м²/с, $T_* = 10$ К, $R_g = 519$ Дж/(моль·К), $G = 0,12$, $g = 9,81$ м²/с, $p_a = 10^5$ Па.

На рис. 2 представлена динамика изменения радиусов газового ядра и газогидратной частицы (а), скорости всплытия пузырька (б) со дна водоема при различных значениях начальной глубины $h = 1500$ (сплошная линия), 1000 (пунктирная линия) и 800 м (точечная линия). Для исходного состояния ($z = 0$) приняты значения $a_{hg} = 2$ мм, $w = 0,1$ м/с.

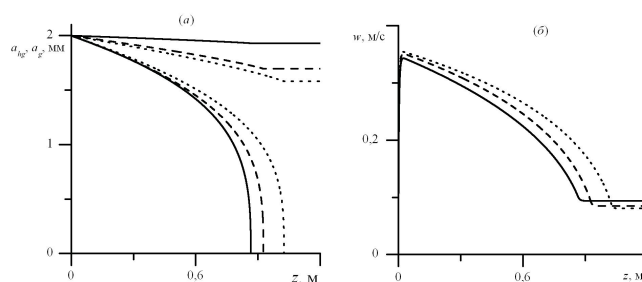


Рис. 2. Динамика изменения радиуса газогидратного, газового пузырьков (а) и скорости (б) при различных начальных значениях глубины h

Видно, что по мере всплытия газогидратного включения газ полностью переходит в состав частицы гидрата, а конечный радиус гидратной частицы зависит от начальной глубины всплытия газового пузырька (рис. 1, а). Причем чем больше глубина, тем больше радиус. Это связано с тем, что начальная плотность газа в пузырьке определяется значением давления, вследствие этого масса газа в пузырьках одинакового радиуса, всплывающих с различных глубин, отличается (чем больше глубина, тем больше масса газа, содержащаяся в пузырьке). Для скорости всплытия газогидратной частицы отчетливо выделяются три характерных этапа (рис. 1, б). На начальном этапе скорость быстро растет до безинерционного режима, когда силы тяжести, Архимеда и сила гидродинамического сопротивления уравновешены. Далее скорость всплытия монотонно снижается и приобретает постоянное значение, с постепенным переходом газа в состав гидрата.

2. Моделирование процесса разложения газогидратной частицы

Рассмотрим процесс разложения сферической гидратной частицы при ее всплытии. Для исходного положения ($z = 0$) будем считать, что температуры частицы и окружающей воды равны равновесной температуре фазовых переходов для значения гидростатического давления на этой глубине ($T_{l0} = T_{h0} = T_s(p)$). Температуру воды по всей глубине примем постоянной ($T_l = T_{l0}$). Тогда при дальнейшем всплытии частицы гидрата давление окружающей воды будет снижаться ($p < p_0$), вследствие этого будут реализовываться термобарические условия, соответствующие разложению гидратной частицы.

Будем полагать, что в процессе всплытия мелкие пузырьки газа, образующиеся на поверхности гидратной частицы за счет разложения гидрата, отрываются от поверхности гидратной частицы. Это можно обосновать малой величиной силы тяжести и относительно большой величиной выталкивающей силы, действующей

на пузырьки газа. С учетом этого предположения уравнение для изменения массы сферической гидратной частицы запишется в виде

$$w \frac{dm_h}{dz} = 4\pi a_h^2 j_h, m_h = \frac{4}{3}\pi a_h^3 \rho_h^0, \quad (2.1)$$

где j_h — интенсивность разложения газогидрата, отнесенная на единицу площади сферической гидратной частицы, w , m_h , a_h — скорость всплытия, масса и радиус гидратной частицы соответственно.

Примем, что в процессе всплытия температура поверхности гидрата равна равновесной температуре фазовых переходов для текущего значения давления воды ($T_h = T_s(p)$, $r = a_h$). Кроме того, на границе частицы гидрата будет выполняться условие баланса тепла (1.4), в котором $q^- = k(T_l - T_s(p))$. Будем также полагать влияние тепловых эффектов внутри гидратной частицы на процесс разложения незначительным $q^+ \ll q^-$.

Из уравнения (2.1) следует:

$$\frac{da_h}{dz} = -\frac{j_h}{\rho_h^0 w}. \quad (2.2)$$

Уравнение импульсов имеет вид, аналогичный (1.3), из которого, с учетом (2.1) и пренебрегая реактивными силами, получим:

$$\frac{dw}{dz} = \frac{((2\mu_{hg} - m_{hg})g - f_c)}{w(m_{hg} + \mu_{hg})}. \quad (2.3)$$

Таким образом, задача сводится к системе обыкновенных дифференциальных уравнений (2.2) и (2.3).

На рис. 3 показаны законы изменения радиусов (а), скорости всплытия (б) в процессе всплытия при начальных значениях радиуса гидратной частицы $a_{h0} = 2 \cdot 10^{-3}$ м. Для значения исходной глубины, с которой начинается процесс всплытия гидратной частицы, принято 377 м, на этой глубине значение давления составляет $p_0 = 3,8$ МПа, которому соответствует равновесное значение температуры фазовых переходов $T_0 = 277$ К.

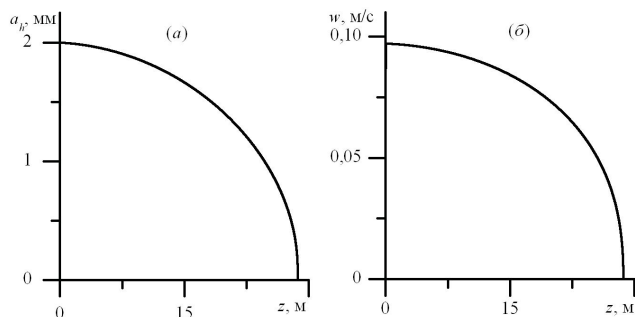


Рис. 3. Эволюции радиуса гидратной частицы (а) и ее скорости всплытия (б)

Показано, что при данном значении начального радиуса происходит полное разложение газогидратной частицы до ее всплытия на поверхность.

В работе построена теоретическая модель динамики всплытия газового пузырька, сопровождаемого образованием и разложением гидратной частицы. Следует

отметить, что принятая здесь схема является предельной. Она описывает наиболее быстрый темп образования и разложения гидрата. В действительности наиболее полная модель должна учитывать неравновесные фазовые переходы с диффузией.

Литература

- [1] Дмитриевский А.Н. Газогидраты морей и океанов — источник углеводородов будущего. М.: ООО ИРЦ Газпром, 2009. 416 с.
- [2] Methane discharge from a deep-sea submarine mud volcano into the upper water column by gas hydrate-coated methane bubbles / E.J. Sauter [et al.] // 2006. № 243. P. 1–36.
- [3] Химическая гидродинамика / А.М. Кутепов [и др.]. М.: Квантум, 1996. 336 с.
- [4] Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. М.: Наука, 1987. Ч. 1. 464 с; Ч. 2. 360 с.
- [5] Истомин В.А., Якушев В.С. Газовые гидраты в природных условиях. М.: Недра, 1992. 235 с.

Поступила в редакцию 3/XII/2013;
в окончательном варианте — 3/XII/2013.

MODELING OF DYNAMICS OF FORMATION AND DECOMPOSITION OF GAS HYDRATE PARTICLES DURING THEIR SURFACING IN WATER

© 2013 V.Sh. Shagapov³ B.I. Tazetdinov⁴

In this paper the process of surfacing of hydrate particles in a liquid is viewed. Typical depths at which hydrate formation is accompanied by bubbling or unchanged hydrate particles and small depths, which are accompanied by decomposition of hydrate ascent particles are singled out. It is assumed that the intensity of hydrate formation and decomposition is determined by the convective heat exchange with the ambient particle of water.

Key words: change of fase, gas hydrate, surfacing of hydrate particles.

Paper received 3/XII/2013.
Paper accepted 3/XII/2013.

³Shagapov Vladislav Shayhulagzamovich (shagapov@rambler.ru), Institute of Mechanics of Ufa Branch of RAS, Ufa, 450025, Russian Federation.

⁴Tazetdinov Bulat Ilgizovich (bulatbirsk@yandex.ru), the Dept. of Mathematical Analysis and Applied Mathematics, BirsK branch of Bashkir State University, BirsK, 452453, Russian Federation.