

МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ РАЗРАБОТКИ МЕСТОРОЖДЕНИЙ МНОГОСКВАЖИННЫМИ ДВОЯКОПЕРИОДИЧЕСКИМИ КЛАСТЕРАМИ

© 2013 В.И. Астафьев, П.В. Ротерс¹

Работа посвящена исследованию продуктивности многоскважинных двоякопериодических систем вертикальных добывающих скважин (многоскважинных кластеров). Под кластером подразумевается такое объединение нескольких однородных элементов, что его можно рассматривать как отдельный модуль, имеющий определенные свойства.

Ключевые слова: эллиптические функции, моделирование разработки нефтяных месторождений, многоскважинные системы, линии тока, коэффициент продуктивности, коэффициент формы.

Введение

Предполагается, что все скважины (члены кластера) расположены в однородном замкнутом резервуаре постоянной толщины и работают с различными дебитами в псевдостационарном режиме. Замкнутый резервуар моделируется подобно методу мнимых источников, как элемент бесконечного двоякопериодического массива скважин, а процесс фильтрации жидкости представляется с помощью дзета- и сигма-функций Вейерштрасса. Такой подход позволяет найти распределение давления и поля скоростей в резервуаре любой формы и далее вычислить коэффициент продуктивности скважины (PI), коэффициент формы для различных видов резервуара, не только для прямоугольных и треугольных, как было вычислено Дитцем [1]. Также этот подход можно использовать для исследования оптимального расположения скважин на месторождении.

1. Общая постановка и решение задачи для n -скважинного двоякопериодического кластера

Рассмотрим произвольную двоякопериодическую решетку L (рис. 1), в которой произвольным образом размещено n вертикальных скважин с дебитами $Q_1, Q_2, \dots, Q_n$, расположенных в точках $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ (рис. 1, б).

¹Астафьев Владимир Иванович (vlast@ssu.samara.ru), Ротерс Павел Вячеславович (rotersp@gmail.com), кафедра безопасности информационных систем Самарского государственного университета, 443011, Российская Федерация, г. Самара, ул. Акад. Павлова, 1.

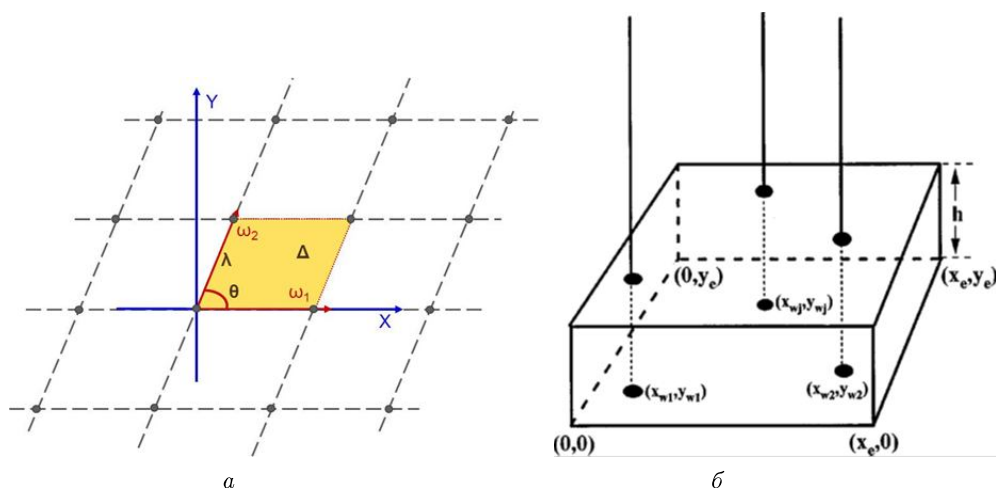


Рис. 1. Двойкопериодическая решетка (а) и двойкопериодический кластер из n добывающих скважин (б)

С помощью метода суперпозиции комплексно-сопряженную функцию скорости для двойкопериодической системы скважин, размещенных в узлах решетки L (рис. 1, а), представленную в работе [2], запишем в следующем виде:

$$\bar{V} = v_x - iv_y = -\frac{Q}{2\pi h} (\zeta(z) + \alpha z - \beta \bar{z}), \quad (1.1)$$

ее можно обобщить на случай n -скважинного кластера как

$$\bar{V}(xy) = \sum_{k=1}^n \bar{V}_k(xy). \quad (1.2)$$

Здесь $\zeta(z)$ – дзета-функция Вейерштрасса, $\alpha = (\beta\bar{\omega} - 2\zeta(\omega/2))/\omega$, $\beta = \pi/\Delta$, $\omega = m\omega_1 + n\omega_2$, Δ – площадь параллелограмма периодов, h – толщина резервуара, $\bar{V}_k(xy) = -\frac{Q_k}{2\pi h} (\zeta(z - z_k) + \alpha(z - z_k) - \beta(\bar{z} - \bar{z}_k))$ – комплексно-сопряженная функция скорости для k -й скважины, размещенной в данном параллелограмме периодов.

Интегрируя уравнения закона фильтрации Дарси, записанные в комплексных переменных как

$$V = -\frac{2k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial \bar{z}}, \quad \bar{V} = -\frac{2k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial z}, \quad (1.3)$$

для функции давления $p(x, y)$ можно записать, что

$$p(x, y) = \sum_{k=1}^n p_k(x, y) + C, \quad (1.4)$$

где $p_k(x, y) = q_k \left[\operatorname{Re} \left(\ln \sigma(z - z_k) + \alpha \frac{(z - z_k)^2}{2} \right) - \beta \frac{|z - z_k|^2}{2} \right]$, $q_k = Q_k \mu / 2\pi k h$ – приведенный дебит k -й скважины, $\sigma(z)$ – сигма-функция Вейерштрасса, C – константа интегрирования [2].

Для нахождения константы C вычислим среднее давление в параллелограмме периодов, которое, в силу двойкой периодичности функции $p(x, y, t)$, будет

совпадать со средним пластовым давлением $\bar{p}(t)$ [3]. С учетом результатов, представленных в работах [2; 3], выражение (1.4) можно переписать в виде

$$\bar{p}(t) - p(x, y) = \sum_{k=1}^n q_k \left(\ln R - \left[\operatorname{Re} \left(\ln \sigma(z - z_k) + \alpha \frac{(z - z_k)^2}{2} \right) - \beta \frac{|z - z_k|^2}{2} \right] \right), \quad (1.5)$$

где R – приведенный радиус для выбранной двоякопериодической решетки L , рассмотренный в работе [3]. В случае прямоугольных решеток L функция, аналитическая

$$\ln R - \left[\operatorname{Re} \left(\ln \sigma(z - z_k) + \alpha \frac{(z - z_k)^2}{2} \right) - \beta \frac{|z - z_k|^2}{2} \right],$$

была введена в работе [4] и названа функцией влияния, т. к. она отражает влияние k -й скважины на распределение давления во всем кластере. С помощью выражения (1.5) можно найти величину давления p_w^i на контуре i -й скважины радиуса r_w , т. е. когда $z - z_i = r_w \exp(i\theta)$

$$\bar{p}(t) - p_w^i = \sum_{k=1}^n q_k (\ln R - \ln R_{ik}), \quad (1.6)$$

где $\ln R_{ik} = \operatorname{Re} \left(\ln \sigma(z - z_k) + \alpha \frac{(z - z_k)^2}{2} \right) - \beta \frac{|z - z_k|^2}{2}$, ($i \neq k$); $\ln R_{ii} = \ln r_w$.

Соотношение (1.5) устанавливает зависимость между депрессиями давления на добывающих скважинах $\Delta p_i = \bar{p}(t) - p_w^i$ и их приведенными дебитами $Q_i = 2\pi k h q_i / \mu$ в виде

$$\Delta p_i = \sum_{k=1}^n q_k \ln(R/R_{ik}). \quad (1.7)$$

Величины $\ln(R/R_{ik}) = a_{ik}$ являются элементами симметричной квадратной матрицы, названной в работах [4, 5] матрицей влияния, т. к. они отражают влияние дебита k -й скважины на депрессию давления в i -й скважине. В работах [4, 5] элементы матрицы влияния a_{ik} были найдены только для прямоугольных решеток, в то время как соотношение (1.6) обобщает их использование для произвольных двоякопериодических решеток.

Из соотношения (1.7) можно получить выражения для вычисления безразмерных коэффициентов продуктивности $J_i = q_i / \Delta p_i$ каждой из добывающих скважин и общего коэффициента продуктивности всего кластера $J = (q_1 + q_2 + \dots + q_n) / (p_1 + p_2 + \dots + p_n)$ в виде

$$J_i^{-1} = \sum_{k=1}^n s_{ki} \ln(R/R_{ik}), \quad J^{-1} = \sum_{k=1}^n s_k J_k^{-1} = \sum_{k=1}^n s_k a_k, \quad (1.8)$$

где $s_{il} = q_k / q_i$, $s_k = q_k / (q_1 + q_2 + \dots + q_n)$ – относительные дебиты скважин по отношению друг к другу и к суммарному дебиту кластера в целом,

$$a_k = \sum_{i=1}^n s_{ki} \ln(R/R_{ik}).$$

Как видим, величина J зависит как от величины дебита каждой из скважин рассматриваемого кластера, так и от расположения скважин в выбранном параллелограмме периодов решетки L . Величина J применительно к прямоугольным решеткам была введена в работе [5] и названа коэффициентом продуктивности

многоскважинной системы (MPI – multiwell productivity index). В данной работе эта величина обобщена на случай произвольных двоякопериодических решеток.

В односкважинных двоякопериодических системах, рассмотренных в работах [2; 3], коэффициент продуктивности скважины был записан в виде

$$J_0^{-1} = \ln(R/r_w) = (1/2) \ln(4\Delta/\gamma C_A r_w^2), \quad (1.9)$$

где C_A – коэффициент формы контура питания односкважинной системы, образованного выбранной решеткой L .

Поэтому и в случае многоскважинной системы величину коэффициента продуктивности k -й скважины J_k можно представить в виде (1.9)

$$J_k^{-1} = (1/2) \ln(4\Delta_k/\gamma C_A^{(k)} r_w^2), \quad (1.10)$$

где $C_A^{(k)}$ – коэффициент формы контура питания k -й скважины в многоскважинной системе, Δ_k – площадь области питания k -й скважины. Следует отметить, что

$$\Delta_k/\Delta = q_k/(q_1 + q_2 + \dots + q_n) = s_k. \quad (1.11)$$

Тогда из соотношений (1.8)–(1.11) можно получить следующее выражение для коэффициента формы контура питания k -й скважины:

$$\frac{C_A^{(k)}}{C_A} = s_k \prod_{i=1, i \neq k}^n \left(\frac{\gamma C_A R_{ik}^2}{4\Delta} \right)^{s_{ik}}. \quad (1.12)$$

Таким образом, задача оптимизации разработки месторождения двоякопериодическим кластером сводится к поиску оптимального размещения скважин в выбранной двоякопериодической решетке с целью достижения максимального значения коэффициента продуктивности J .

2. Оптимальное размещение двух скважин в кластере

В случае двух скважин, размещенных произвольным образом в двоякопериодической решетке L , соотношения для безразмерных коэффициентов продуктивностей каждой из скважин J_1 и J_2 , коэффициентов формы каждой из скважин $C_A^{(1)}$ и $C_A^{(2)}$, и коэффициента продуктивности всей двухскважинной системы J можно записать в виде

$$\begin{aligned} J_1^{-1} &= J_0^{-1} + s_{21} \ln(R/R_{12}), \\ J_2^{-1} &= J_0^{-1} + s_{12} \ln(R/R_{21}), \\ J^{-1} &= J_0^{-1} + \ln(R/R_{12}), \end{aligned} \quad (2.1)$$

$$\frac{C_A^{(1)}}{C_A} = s_1 \left(\frac{\gamma C_A R_{12}^2}{4\Delta} \right)^{s_{12}}, \quad \frac{C_A^{(2)}}{C_A} = s_2 \left(\frac{\gamma C_A R_{12}^2}{4\Delta} \right)^{s_{21}}, \quad (2.2)$$

где $s_{12} = q_2/q_1 = 1/s_{21}$. Из соотношений (2.1) видно, что величина MPI любой двухскважинной системы J выбранной решетки L не зависит от величины дебита каждой из скважин q_1 и q_2 и при $q_2 > q_1$ удовлетворяет неравенству $J_2 > J > J_1$. Следовательно, величина J будет максимальной при любых значениях дебитов q_1 и q_2 каждой из скважин, но при условии, что величина R_{12} (или $\ln R_{12}$), характеризующая расположение скважин в параллелограмме периодов, максимальна.

Физический смысл величины $\ln R_{12}$ вытекает из общего выражения для $\ln R_{ik}$ предыдущего раздела:

$$\ln R_{12} = Re \left(\ln \sigma(z_1 - z_2) + \alpha \frac{(z_1 - z_2)^2}{2} \right) - \beta \frac{|z_1 - z_2|^2}{2}. \quad (2.3)$$

Учитывая, что величина давления в точке (x, y) от действия k -й скважины с дебитом q_k , размещенной в точке (x_k, y_k) , будет $p_k(x, y) = q_k \left[Re \left(\ln \sigma(z - z_k) + \alpha \frac{(z - z_k)^2}{2} \right) - \beta \frac{|z - z_k|^2}{2} \right]$, видим, что физический смысл величины $\ln R_{ik}$ — это значение давления в точке z_i , когда скважина единичного дебита $q_k = 1$ размещена в точке z_k .

Приимая во внимание двоякую периодичность системы, решетку L всегда можно сместить так, чтобы точка $z = 0$ решетки L совпала с точкой z_1 расположения первой скважины, тогда вторая скважина, размещенная в точке z_2 , будет находиться в некоторой точке внутри или на границе решетки L . Следовательно, точки, где величина $\ln R_{12}$ достигает своего экстремума, — это критические точки, в которых вектор скорости $\bar{V}(z, \bar{z}) = 0$. Как показал анализ, выполненный в работе [2], у любой двоякопериодической решетки в параллелограмме периодов имеется по крайней мере три критические точки, где $\bar{V}(z, \bar{z}) = 0$. Это точки полупериодов $\omega_1/2$, $\omega_2/2$ и $(\omega_1 + \omega_2)/2$. Кроме этого, у ромбических решеток, близких к гексагональным, появляется еще одна критическая точка $(\omega_1 + \omega_2)/3$. Таким образом, «претендентами» на оптимальное размещение второй скважины в параллелограмме периодов, при котором будет достигаться максимальное значение коэффициента продуктивности двухскважинной системы, будут точки $\omega_1/2$, $\omega_2/2$, $(\omega_1 + \omega_2)/2$, а также точка $(\omega_1 + \omega_2)/3$ ромбической решетки с углом при вершине $\pi/3$. Для решеток, близких к прямоугольным, максимальное значение J будет достигаться в центре параллелограмма периодов, т. е. в точке $\omega_1/2$, $\omega_2/2$, но для ромбической решетки с углом при вершине $\pi/3$ точка максимума оказывается смещенной из центра и будет находиться в точке $(\omega_1 + \omega_2)/3$.

2.1. Характер течения в квадратной решетке

Для квадратной решетки при равных дебитах обеих скважин ($q_1 = q_2$) и размещении второй скважины в критической точке $\omega_1/2$, $\omega_2/2$ линии тока и изолинии (линии равных значений величины скорости течения) изображены на рис. 2. Коэффициент формы контуров питания каждой из скважин, вычисленный по формуле (1.12), оказывается равным $C_A = 30.881$.

2.2. Характер течения в ромбической решетке

Для ромбической решетки при равных дебитах обеих скважин и размещении второй скважины в критической точке $(\omega_1 + \omega_2)/3$ линии тока и изолинии изображены на рис. 3. Для сравнения на рис. 4 изображены линии тока и изолинии для ромбической решетки при размещении второй скважины в точке $(\omega_1 + \omega_2)/2$.

Из рис. 3 видно, что при размещении второй скважины в точке $(\omega_1 + \omega_2)/3$ контур питания каждой из скважин принимает форму равностороннего треугольника, а коэффициент формы контура питания каждой из скважин становится равным $C_A = 27.321$. Размещение второй скважины в точке $z = (\omega_1 + \omega_2)/2$ меняет форму контура питания из треугольной в прямоугольную с отношением сторон $1 : \sqrt{3}$ и значением коэффициента формы $C_A = 25.035$.

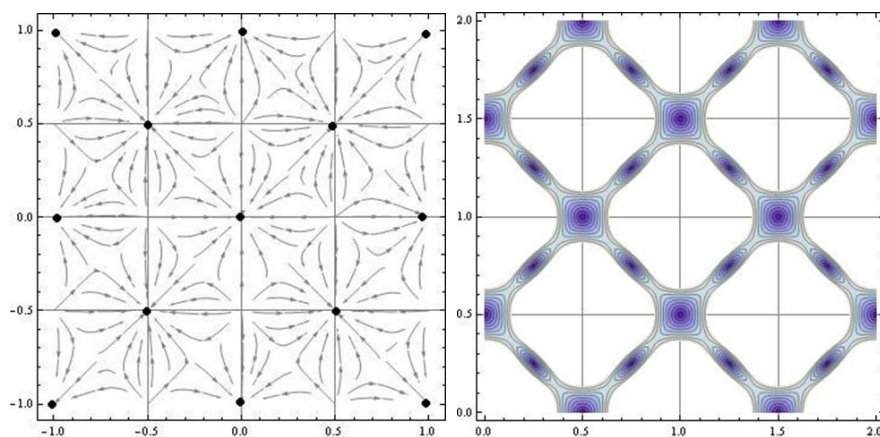


Рис. 2. Характер течения при $z_1 = 0$ и $z_2 = (\omega_1 + \omega_2)/2$

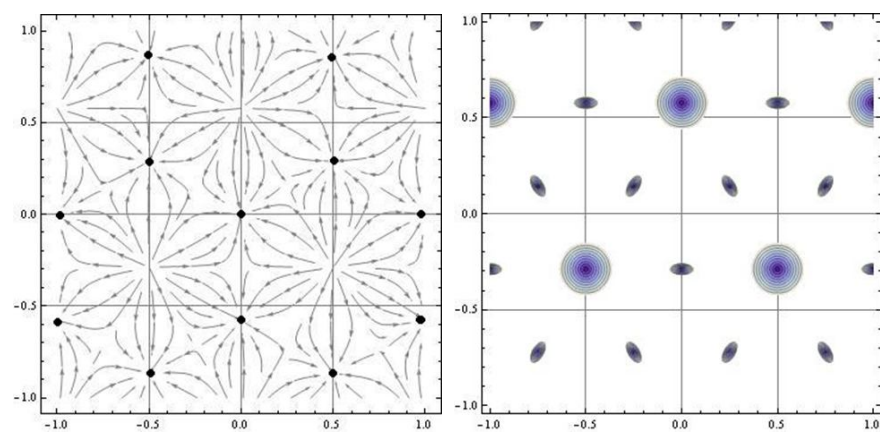


Рис. 3. Характер течения при $z_1 = 0$ и $z_2 = (\omega_1 + \omega_2)/3$

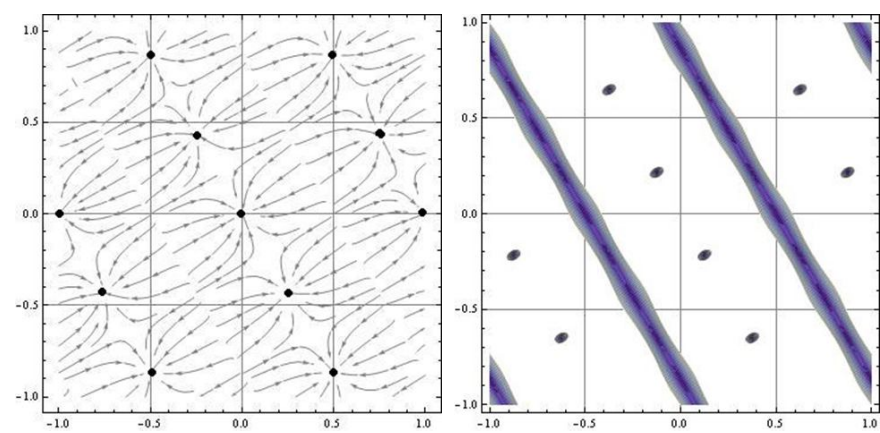


Рис. 4. Характер течения при $z_1 = 0$ и $z_2 = (\omega_1 + \omega_2)/2$

3. Три скважины в двоякопериодическом кластере

В случае трех скважин, размещенных произвольным образом в двоякопериодической решетке L , соотношения для безразмерных коэффициентов продуктивностей каждой из скважин J_1 , J_2 , J_3 и коэффициента продуктивности трехскважинной системы J можно записать в виде

$$J_1^{-1} = J_0^{-1} + s_{21} \ln(R/R_{12}) + s_{31} \ln(R/R_{13}), \quad (3.1)$$

$$J_2^{-1} = J_0^{-1} + s_{12} \ln(R/R_{21}) + s_{32} \ln(R/R_{23}), \quad (3.2)$$

$$J_3^{-1} = J_0^{-1} + s_{13} \ln(R/R_{31}) + s_{23} \ln(R/R_{32}), \quad (3.3)$$

$$\begin{aligned} J^{-1} = J_0^{-1} &+ \frac{q_1+q_2}{q_1+q_2+q_3} \ln\left(\frac{R}{R_{12}}\right) + \\ &+ \frac{q_1+q_3}{q_1+q_2+q_3} \ln\left(\frac{R}{R_{13}}\right) + \\ &+ \frac{q_2+q_3}{q_1+q_2+q_3} \ln\left(\frac{R}{R_{23}}\right). \end{aligned} \quad (3.4)$$

Из соотношения (3.4) видно, что, в отличие от двухскважинной системы, величина J зависит как от относительного расположения скважин в решетке (величины R_{12} , R_{13} и R_{23}), так и от величины дебита каждой из скважин q_1 , q_2 и q_3 . Можно показать, что величина J будет максимальна при равных значениях дебитов q_1 , q_2 , q_3 и принимать следующее значение:

$$J^{-1} = J_0^{-1} + \ln\left(\frac{R^3}{R_{12}R_{13}R_{23}}\right). \quad (3.5)$$

Значения коэффициентов формы каждой из скважин $C_A^{(1)}$, $C_A^{(2)}$ и $C_A^{(3)}$ в этом случае будут определяться следующими выражениями:

$$\begin{aligned} \frac{C_A^{(1)}}{C_A} &= \frac{1}{3} \left(\frac{\gamma C_A R_{12} R_{13}}{4\Delta} \right), \\ \frac{C_A^{(2)}}{C_A} &= \frac{1}{3} \left(\frac{\gamma C_A R_{12} R_{23}}{4\Delta} \right), \\ \frac{C_A^{(3)}}{C_A} &= \frac{1}{3} \left(\frac{\gamma C_A R_{13} R_{23}}{4\Delta} \right). \end{aligned} \quad (3.6)$$

Из выражения (3.5) следует, что максимальный коэффициент продуктивности J будет достигаться, когда

$$\ln(R_{12}R_{13}R_{23}) = \ln R_{12} + \ln R_{13} + \ln R_{23} = \max. \quad (3.7)$$

Условие (3.8) при $z_1 = 0$ (первая скважина размещена в узле $z = 0$ параллелограмма периодов) будет выполняться, когда

$$\bar{V}(z_2, \bar{z}_2) - \bar{V}(z_3 - z_2, \overline{z_3 - z_2}) = 0, \quad \bar{V}(z_3, \bar{z}_3) + \bar{V}(z_3 - z_2, \overline{z_3 - z_2}) = 0. \quad (3.8)$$

В отличие от двухскважинных систем, точки z_2 и z_3 , при которых достигается максимальное значение коэффициента продуктивности J , уже не будут критическими точками – точками полупериодов $\omega_1/2$, $\omega_2/2$, $(\omega_1 + \omega_2)/2$, где $\bar{V}(z_2, \bar{z}_2) = 0$ и $\bar{V}(z_3, \bar{z}_3) = 0$. Условию (3.8) будут удовлетворять только три пары точек z_2 и z_3 , а именно – пара $(\omega_1/3, 2\omega_1/3)$, пара $(\omega_2/3, 2\omega_2/3)$ и $((\omega_1 + \omega_2)/3, 2(\omega_1 + \omega_2)/3)$. В этом случае величины R_{12} , R_{13} и R_{23} будут равными. Следовательно, равными будут и коэффициенты формы каждой из трех скважин $C_A^{(1)}$, $C_A^{(2)}$ и $C_A^{(3)}$,

которые можно вычислить по формуле

$$\frac{C_A^{(1)}}{C_A} = \frac{C_A^{(2)}}{C_A} = \frac{C_A^{(3)}}{C_A} = \frac{1}{3} \left(\frac{\gamma C_A R_{12}^2}{4\Delta} \right)^2. \quad (3.9)$$

3.1. Характер течения в квадратной решетке

Для квадратной решетки при равных дебитах ($q_1 = q_2 = q_3$) и размещении второй и третьей скважины в точках экстремума величины J (вдоль диагонали в точках $(\omega_1 + \omega_2)/3$, $2(\omega_1 + \omega_2)/3$) линии тока и линии равных значений величины скорости течения изображены на рис. 5.

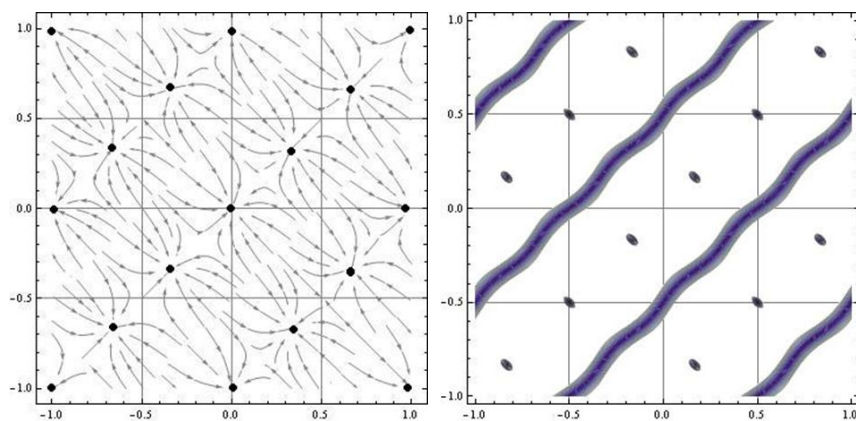


Рис. 5. Характер течения при $z_1 = 0$, $z_2 = (\omega_1 + \omega_2)/3$ и $z_3 = 2(\omega_1 + \omega_2)/3$

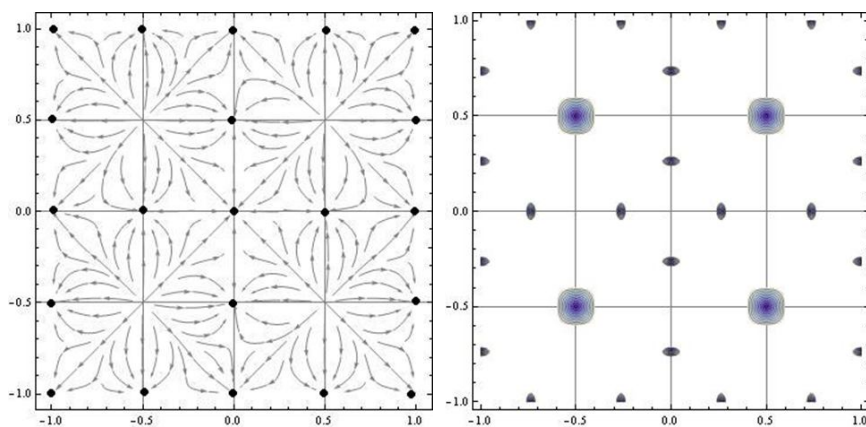


Рис. 6. Характер течения при $z_1 = 0$, $z_2 = \omega_1/2$ и $z_3 = \omega_2/2$

Для сравнения на рис. 6 изображен характер течения и линии равных значений величины скорости течения для квадратной решетки, когда вторая и третья скважины находятся в критических точках $\omega_1/2$, $\omega_2/2$ данного параллелограмма периодов. Из рис. 4 видно, что размещение дополнительных скважин не в точках экстремума величины J , а в критических точках $\omega_1/2$, $\omega_2/2$ параллелограмма периодов меняет характер течения. Поскольку значения R_{12} и R_{13} оказываются

разными, следовательно, разными оказываются как контуры питания, так и их коэффициенты формы C_A .

3.2. Характер течения в ромбической решетке

Аналогично случаю течения в квадратной решетке рассмотрим характер течения в ромбической решетке с углом $\pi/3$ при равных дебитах ($q_1 = q_2 = q_3$) и размещении второй и третьей скважины в точках экстремума величины J (вдоль диагонали в точках $(\omega_1 + \omega_2)/3$, $2(\omega_1 + \omega_2)/3$). Линии тока и линии равных значений величины скорости течения в этом случае изображены на рис. 7. Как видим, данное размещение скважин в ромбической решетке оптимально, т. к. сформированная новая решетка полностью эквивалентна исходной ромбической решетке с отношением диагоналей $1 : \sqrt{3}$, а все контуры питания одинаковы с максимальным значением коэффициента формы $C_A = 31.548$.

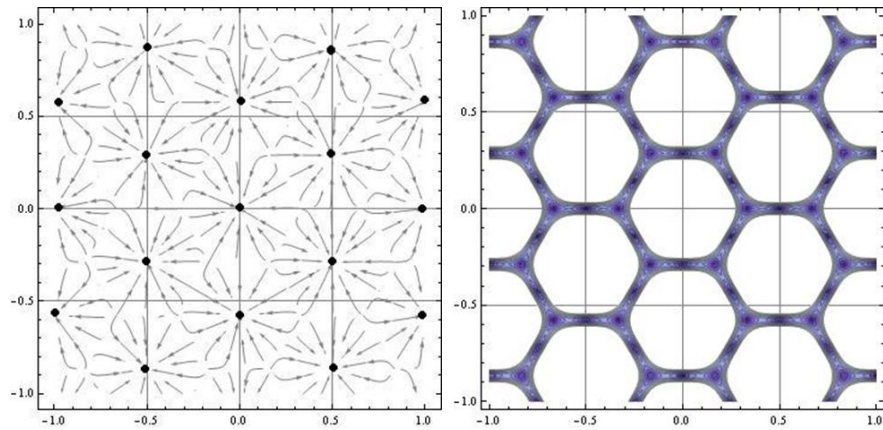


Рис. 7. Характер течения при $z_1 = 0$, $z_2 = (\omega_1 + \omega_2)/3$ и $z_3 = 2(\omega_1 + \omega_2)/3$

Характер течения и линии равных значений величины скорости течения для ромбической решетки, когда вторая и третья скважины находятся в критических точках $\omega_1/2$ и $\omega_2/2$ данного параллелограмма периодов, представлен на рис. 8. Из этого рисунка видно, что для каждой скважины получается ромбический контур питания со значением коэффициента формы $C_A = 26.493$.

4. Замкнутый резервуар с прямоугольным контуром питания

Вышеизложенный подход к моделированию разработки месторождений с помощью эллиптических функций основан на априорном задании параллелограмма периодов и координат расположения добывающих скважин в нем. Контур питания каждой из скважин и всего кластера в целом при этом может не оказаться прямолинейным и будет меняться в зависимости от величины дебитов скважин и их расположений в кластере. Однако двоякопериодические эллиптические функции Вейерштрасса могут быть использованы и при моделировании разработки месторождений с заранее заданным контуром питания в виде прямоугольника или

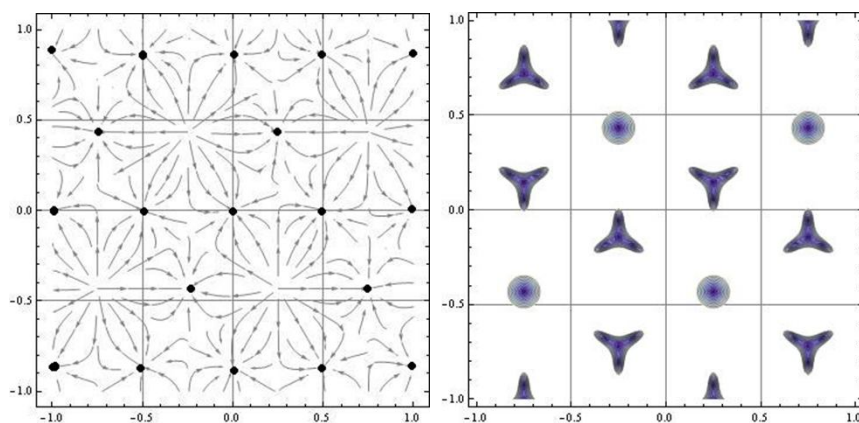


Рис. 8. Характер течения при $z_1 = 0$, $z_2 = \omega_1/2$ и $z_3 = \omega_2/2$

прямоугольного треугольника. Методику построения функции давления и функции скорости в этом случае рассмотрим на примере резервуара с прямоугольным контуром питания.

Рассмотрим замкнутый прямоугольный резервуар размерами (x_b, y_b) , в котором размещено n скважин в точках с координатами $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$. Условие непроницаемости границы резервуара – это условие равенства нулю нормальной компоненты вектора скорости на границе, т. е. на горизонтальных границах прямоугольника $\nu_y = 0$, а на вертикальных границах – $\nu_x = 0$. С помощью метода мнимых источников это условие будет удовлетворено, если рассмотреть бесконечную прямоугольную двоякопериодическую решетку с периодами $\omega_1 = 2x_b$ и $\omega_2 = 2y_b$, в которой расположено 4 группы по n скважин с координатами $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$; $(x_1, -y_1), (x_2, -y_2), \dots, (x_n, -y_n)$; $(-x_1, y_1), (-x_2, y_2), \dots, (-x_n, y_n)$ и $(-x_1, -y_1), (-x_2, -y_2), \dots, (-x_n, -y_n)$.

Следовательно, комплексно-сопряженная функция скорости и функция давления также могут быть записаны в виде (1.2) и (1.5), а суммирование будет производиться по всем $4n$ скважинам с учетом симметрии их расположения относительно осей координат. Для коэффициента продуктивности резервуара в целом и коэффициентов формы каждой из скважин в резервуаре также можно воспользоваться формулами (1.8) и (1.12).

На рис. 9 представлены экспериментальные данные из работы [6] для замкнутого резервуара с квадратным контуром питания 2×2 и с двумя скважинами в нем, размещенными в точках $(0.5, 0.5)$ и $(0.5, 1.5)$ соответственно. Отношение дебитов скважин – 1 : 4.1. Там же изображен характер течения, полученный по соотношениям (1.2). Как видим, наблюдается полное соответствие экспериментальных данных полученным из (1.2) линиям тока.

На рис. 10 изображен характер течения жидкости в квадратном резервуаре 2×2 при симметричном расположении в нем трех и четырех скважин одинакового дебита. Первый случай можно еще интерпретировать как течение в прямоугольном резервуаре 2×1 , когда одна из скважин расположена внутри резервуара, а вторая – на его границе с отношением дебитов 2 : 1. Во втором случае видно, что симметрия расположения скважин внутри резервуара и равенство дебитов приводят к тому, что у всех скважин будет одинаковый контур питания в форме прямоугольного треугольника.

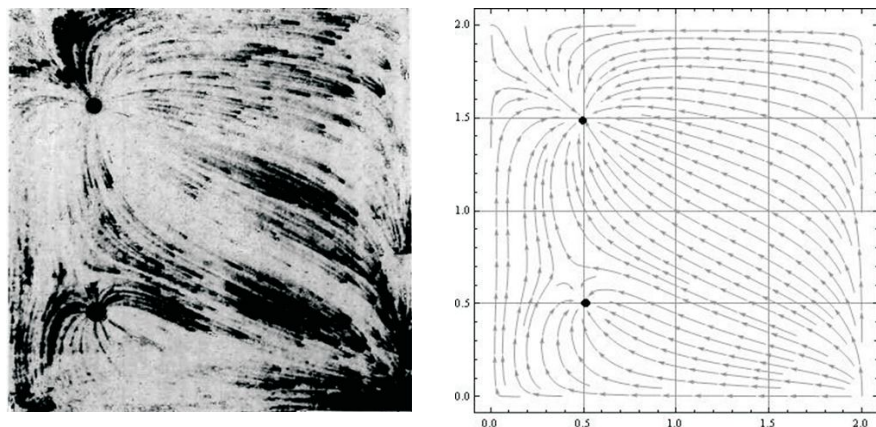


Рис. 9. Характер течения жидкости в квадрате 2×2 , полученный экспериментально в работе [6] и определенный по предлагаемой модели при $q_1 = 1$ и $q_1 = 4.1$

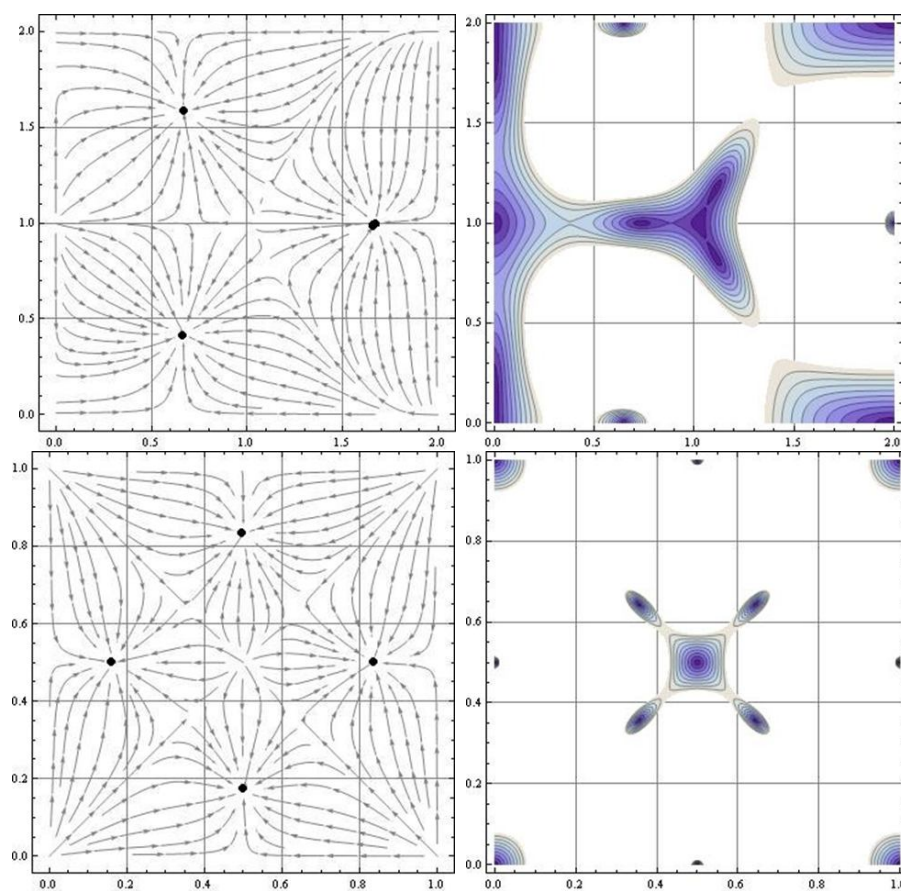


Рис. 10. Характер течения жидкости в квадратном резервуаре при симметричном расположении в нем трех и четырех скважин

Заключение

В работе представлен метод моделирования разработки нефтяных месторождений с привлечением математического аппарата теории эллиптических функций Вейерштрасса. Представление поля скоростей фильтрации жидкости в двоякопериодической системе добывающих скважин в виде (1.2) и распределения поля давлений в виде (1.5) позволило:

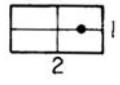
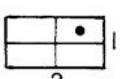
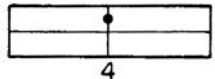
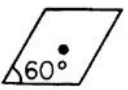
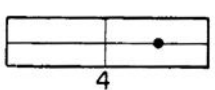
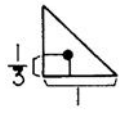
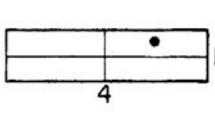
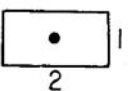
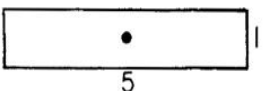
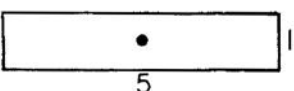
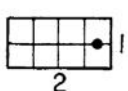
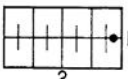
- определить контур питания каждой скважины в зависимости от вида двоякопериодической решетки размещения скважин,
- описать характер течения жидкости (линии тока) в контуре питания каждой скважины,
- найти распределение давления внутри каждого контура питания (а также и в пласте в целом),
- определить величину среднего давления внутри каждого контура питания и найти зависимость величины коэффициента продуктивности скважины от приведенного радиуса контура питания скважины,
- найти зависимость приведенного радиуса контура питания скважины от коэффициента формы скважины и вычислить этот коэффициент для произвольного контура питания.

При исследовании характера течения в многоскважинных кластерах было показано, что размещение дополнительных скважин в параллелограмме периодов, т. е. превращение двоякопериодических решеток из добывающих скважин в двоякопериодические кластеры, не приводит к улучшению формы контура питания каждой из скважин. Так, квадратные или треугольные решетки размещения добывающих скважин после добавления дополнительных скважин могут стать прямоугольными или иметь криволинейную границу области питания с меньшим значением коэффициента формы C_A . В лучшем случае при оптимальном размещении дополнительных скважин в решетке они могут сохранить начальную оптимальную квадратную или гексагональную форму контура питания. Повышение коэффициента продуктивности всего кластера при этом может произойти только за счет сгущения сетки скважин (увеличения относительной плотности сетки скважин).

По результатам расчетов значений коэффициента формы C_A для различных видов контуров питания была составлена таблица. Результаты расчетов сравнены со значениями, представленными в работе [1] и показали полное соответствие друг другу.

Таблица

Значение коэффициента формы C_A для различных контуров питания

	31.600		10.837
	30.881		4.522
	31.548		2.081
	27.321		2.689
	26.493		0.232
	21.918		0.116
	21.836		3.335
	5.378		3.157
	2.359		0.583
	12.984		0.112
	4.522		0.100

Литература

- [1] Dietz D.N. Determination of Average Reservoir Pressure from Build-Up Surveys // Journal of Petroleum Technology. 1965. V. 17. № 8. P. 955–959.

- [2] Астафьев В.И., Ротерс П.В. Моделирование двоякопериодических систем добывающих скважин // Вестник СамГУ. Сер.: Естественная. 2010. № 4(78). С. 5–11.
- [3] Астафьев В.И., Ротерс П.В. Моделирование двоякопериодических систем добывающих скважин. 2. Коэффициент продуктивности // Вестник СамГУ. Сер.: Естественная. 2011. № 8(89). С. 118–127.
- [4] Ozkan E., Umnuayponwiwat S. Evaluation of Inflow Performance of Multiple Horizontal Wells in Closed Systems // Trans. ASME. J. Energy Research Technology. 2000. V. 122. March. P. 8–13.
- [5] Valko P.P., Doublet L.E., Blasingame T.A. Development and Application of the Multiwell Productivity Index (MPI) // SPE Journal. 2000. V. 5. № 1. P. 21–31.
- [6] Matthews C.S., Lefcovits H.C. Studies on Pressure Distribution in Bounded Reservoirs at Steady State // Petroleum Transaction, AIME. 1955. V. 204. P. 182–189.

Поступила в редакцию 1/VII/2013;
в окончательном варианте — 1/VII/2013.

MODELING AND OPTIMIZATION OF MINING WITH MULTIWELL DOUBLY PERIODIC CLUSTERS

© 2013 V.I. Astafiev, P.V. Roters²

The paper is devoted to the productivity of multiwell doubly periodic systems of vertical producing well (multiwell clusters). As cluster, we mean union of several homogeneous elements such that it can be considered as one module with specific features.

Key words: elliptic functions, modeling of development of oil fields, multiwell systems, current lines, productivity index, shape factor.

Paper received 1/VII/2013.

Paper accepted 1/VII/2013.

²Astafiev Vladimir Ivanovich (vlast@ssu.samara.ru), Roters Pavel Vyacheslavovich (rotersp@gmail.com), the Dept. of Security of Information Systems, Samara State University, Samara, 443011, Russian Federation.