УДК 519.999

ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА С ИНТЕГРАЛЬНЫМ УСЛОВИЕМ ПЕРЕОПРЕДЕЛЕНИЯ ДЛЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

 А.Е. Савенкова[1]

В статье рассмотрена обратная задача определения правой части гиперболического уравнения с интегральным условием переопределения. Доказана теорема о существовании обобщенного решения.

Ключевые слова: гиперболическое уравнение, обратная задача, интегральное условие переопределения.

Введение

Обратные задачи определения правой части дифференциального уравнения возникают при математическом моделировании некоторых физических процессов в том случае, когда помимо решения уравнения требуется восстановить действие внешних источников. Обратные задачи для уравнений с частными производными различных типов исследовались во многих работах [1–3]. Отметим здесь некоторые из них, близкие к тематике данной статьи [4–6].

В обратных задачах вместе с начальными и граничными условиями, характерными для той или иной прямой задачи, задается дополнительная информация, необходимость которой обусловлена наличием неизвестных коэффициентов или правой части уравнения. Дополнительная информация, которая называется условием переопределения, может быть представлена в различных формах. Например, если известно значение искомого решения в определенный момент времени, то это дополнительное условие называют финальным переопределением. Однако часто такая информация поступает в усредненном виде, и тогда ее удобно представить как интеграл от искомого решения. Именно такое условие переопределения рассматривается в статье.

1. Постановка задачи

Рассмотрим в области $Q_T = (0,l) \times (0,T)$ уравнение

$$u_{tt}(x,t) - u_{xx}(x,t) + c(x,t)u(x,t) = p(x)h(x,t) \tag{1.1}$$

[1]Савенкова Алеся Евгеньевна (alesya.savenkova@mail.ru), кафедра математической физики Самарского государственного университета, 443011, Российская Федерация, г. Самара, ул. Акад. Павлова, 1.

и поставим для него следующую задачу: найти пару функций (u,p), удовлетворяющих уравнению (1.1), начальным данным

$$u(x,0)=0, u_t(x,0)=0, \tag{1.2}$$

граничным условиям

$$u(0,t)=0, u(l,t)=0 \tag{1.3}$$

и условию переопределения

$$\int_0^T H(t)u(x,t)dt=\delta(x). \tag{1.4}$$

Прежде чем сформулировать основной результат, проделаем некоторые преобразования и докажем вспомогательные утверждения, нужные для обоснования разрешимости поставленной задачи. Обозначим

$$\sigma(x)=\int_0^T H(t)h(x,t)dt.$$

Пусть $u\in C^2(Q_T)\bigcap C^1(\bar{Q_T})$, $p\in C[0,l]$ и выполняются равенства (1.1)–(1.4). В этом случае пару функций (u,p) будем называть классическим решением задачи. Будем предполагать выполненными следующие условия:

$$H(t)\in C^2[0,T],\ H(T)=H'(T)=0,\ \sigma(x)\geqslant\sigma_0>0\ \forall x\in[0,l], \tag{A}$$

$$\delta\in C^2[0,l],\ \ \delta(0)=\delta(l)=0. \tag{B}$$

Умножим уравнение (1.1) на $H(t)$ и проинтегрируем по t от 0 до T. После элементарных преобразований получим

$$p(x)=\frac{1}{\sigma(x)}\big[\int_0^T r(x,t)u(x,t)dt-\delta''(x)\big], \tag{1.5}$$

где $r(x,t)=H''(t)+c(x,t)H(t)$.

Пусть теперь (u,p) удовлетворяет уравнению (1.1), и выполняются условия (1.2), (1.3), (1.5). Интегрируя (1.1), умноженное на $H(t)$, от 0 до T, получим, принимая во внимание условия $H(T)=H^{'}(T)=0$, равенство

$$\int_0^T r(x,t)u(x,t)dt-\frac{d^2}{dx^2}\int_0^T H(t)u(x,t)dt=p(x)\int_0^T H(t)h(x,t)dt,$$

откуда в силу (1.5)

$$\frac{d^2}{dx^2}\int_0^T H(t)u(x,t)dt-\delta''(x)=0. \tag{1.6}$$

Из граничных условий (1.3) следует, что

$$\int_0^T H(t)u(0,t)dt=0, \int_0^T H(t)u(l,t)dt=0. \tag{1.7}$$

Уравнение (1.6) можно записать так:

$$\frac{d^2}{dx^2}(\int_0^T H(t)u(x,t)dt-\delta(x))=0.$$

Интегрируя его с учетом условий (1.7), получим

$$\int_0^T H(t)u(x,t)dt = \delta(x),$$

т. е. выполняется условие (1.4). Таким образом доказана

Лемма 1. Если выполняются условия (A) и (B), то задачи (1.1)–(1.4) и (1.1)–(1.3), (1.5) эквивалентны.

Доказанная лемма позволила разработать подход к обоснованию разрешимости поставленной задачи, который заключается в следующем.

Сначала мы докажем существование и единственность обобщенного решения задачи (1.1)–(1.3), (1.5), а затем покажем, что при выполнении некоторых условий на входные данные оно будет решением задачи (1.1)–(1.4). Обозначим

$$\hat{W_2^1}(Q_T) = \{v : v \in W_2^1(Q_T), v(x,T) = 0\}.$$

Введем понятие обобщенного решения задачи (1.1)–(1.3), (1.5). Для этого сначала выведем тождество, следуя известной процедуре [12, с. 93]: умножим (1.1) на $v \in W_2^1(Q_T)$ и проинтегрируем по Q_T. Получим

$$\int_0^T\int_0^l(-u_tv_t+u_xv_x+cu)dxdt = \int_0^l \psi(x)v(x,0)dx+\int_0^T\int_0^l p(x)h(x,t)v(x,t)dxdt. \quad (1.8)$$

Определение. Обобщенным решением задачи (1.1)–(1.3), (1.5) будем называть пару функций (u,p) таких что $u \in W_2^1(Q_T), p \in L_2(0,l)$, $u(x,0) = 0$, выполняется условие (1.5), и для всех $v \in \hat{W_2^1}(Q_T)$ справедливо тождество (1.8).

Рассмотрим теперь задачу (1.1)–(1.3), предполагая, что $p(x)$ известна. Обобщенное решение $u(x,t) \in W_2^1(Q_T)$ этой задачи существует, единственно, и справедлива оценка [12, с. 209].

$$\| u \|_{W_2^1(Q_T)} \leqslant c \| p(x) \|_{L_2(0,l)} \cdot \|h\|_{L_2(Q_T)} \quad (1.9)$$

Опуская доказательства единственности, которое проводится так же, как в [12, с. 209], остановимся на процедуре доказательства существования решения для того, чтобы уточнить значение постоянной c, входящей в (1.9).

Пусть

$$c(x,t) \in C(\bar{Q_T}), h(x,t) \in C(\bar{Q_T}). \quad (1.10)$$

Пусть функции $w_k(x) \in C^2[0,l], w_k(0) = w_k(l) = 0, w_k(x)$ линейно независимы и образуют полную в $W_2^1(0,l)$ систему. Будем искать решение задачи (1.1)–(1.3) в виде

$$u^m(x,t) = \sum_{k=1}^m c_k(t)w_k(x)$$

из соотношений

$$\int_0^l [u_{tt}^m w_j(x) + u_{xx}^m w_j'(x) + cu^m w_j(x)dx] = \int_0^l p(x)h(x,t)w_j(x)dt. \quad (1.11)$$

Напомним, что сейчас мы считаем функцию $p(x)$ известной. Соотношение (1.11) вместе с условиями $c_k(0) = c_k'(0) = 0$ представляют собой задачу Коши для систем линейных обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка, которая в силу условий (1.10) однозначно разрешима, что полностью определяет последовательность приближенных решений $\{u^m(x,t)\}$.

Получим теперь оценку, нужную как для обоснования возможности перехода к пределу при $m \longrightarrow \infty$, так и для нахождения условий разрешимости обратной задачи. Умножим (1.11) на $c_j^{'}(t)$, просуммируем по j от 1 до m и проинтегрируем по t от 0 до τ, получим

$$\int_0^\tau \int_0^l [u_{tt}^m(x,t)u_t^m(x,t) + u_x^m(x,t)u_{xt}^m(x,t) + cu^m(x,t)u_t^m(x,t)dxdt] =$$

$$= \int_0^\tau \int_0^l p(x)h(x,t)u_t^m(x,t)dxdt.$$

Интегрируя по частям в левой части последнего равенства, получим

$$\frac{1}{2}\int_0^l [(u_t^m(x,\tau))^2 + (u_x^m(x,\tau))^2]dx =$$

$$= \int_0^\tau \int_0^l p(x)h(x,t)u_t^m(x,t)dxdt - \int_0^\tau \int_0^l cu^m(x,t)u_t^m(x)dxdt. \qquad (1.12)$$

Заметим, что в силу граничных условий имеет место представление

$$u^m(x,t) = \int_0^x u_\xi^m(\xi,t)d\xi,$$

из которого следует неравенство

$$(u^m(x,t))^2 \leqslant l\int_0^l (u_x^m(x,t))^2 dx. \qquad (1.13)$$

Так как начальные условия однородны, то аналогично получаем, что

$$(u^m(x,\tau))^2 \leqslant \tau\int_0^\tau (u_t^m(x,t))^2 dt,$$

откуда

$$\int_0^l (u^m(x,\tau))^2 dx \leqslant \tau\int_0^\tau \int_0^l (u_t^m(x,t))^2 dxdt. \qquad (1.14)$$

Оценим правую часть (1.12):

$$\Big|\int_0^\tau \int_0^l p(x)h(x,t)u_t^m(x,t)dxdt\Big| \leqslant \frac{h_0}{2}\int_0^\tau \int_0^l p^2(x)dxdt + \frac{h_0}{2}\int_0^\tau \int_0^l (u_t^m(x,t))^2)dxdt,$$

где $h_0 = \max\limits_{\bar{Q_T}} |h(x,t)|$,

$$\Big|\int_0^\tau \int_0^l cu^m(x,t))u_t^m(x,t)dxdt\Big| \leqslant \frac{c_0}{2}\int_0^\tau \int_0^l ((u^m(x,t))^2 + (u_t^m(x,t))^2)dxdt,$$

где $c_0 = \max\limits_{\bar{Q_T}} |(x,t)|$. С учетом полученных оценок и неравенств (1.13), (1.14) из (1.12) следует неравенство

$$\int_0^l [(u_t^m(x,\tau))^2 + (u_x^m(x,\tau))^2 + (u^m(x,\tau))^2]dx \leqslant h_0\int_0^\tau \int_0^l p^2(x)dxdt +$$

$$+c_1\int_0^\tau \int_0^l [(u_t^m(x,t))^2 + (u_x^m(x,t))^2 + (u^m(x,t))^2]dxdt,$$

$$c_1 = max\{h_0 + c_0 + \tau, \frac{c_0 l^2}{2}\},$$

применив к которому лемму Гроноулла получим

$$\int_0^l [(u_t^m(x,\tau))^2 + (u_x^m(x,\tau))^2 + (u^m(x,\tau))^2]dx \leqslant h_0 e^{c_1\tau}\int_0^\tau\int_0^l p^2(x)dxdt.$$

Интегрируя полученное неравенство по τ от 0 до T, приходим к неравенству

$$\| u^m \|^2_{W_2^1(Q_T)} \leqslant lh_0 c_1 (e^{c_1T} - 1)\| p \|^2_{L_2(0,l)},$$

которое влечет за собой

$$\| u \|^2_{W_2^1(Q_T)} \leqslant lh_0 c_1 (e^{c_1T} - 1)\| p \|^2_{L_2(0,l)}. \tag{1.15}$$

Заметим, что $\| h(x,t) \|_{L_2(Q_T)} = \big(\int_0^T\int_0^l h^2(x,t)dxdt\big)^{\frac{1}{2}} \leqslant h_0\sqrt{Tl}$. Но тогда (1.9) можно записать следующим образом:

$$\| u \|_{W_2^1(Q_T)} \leqslant ch_0\sqrt{Tl}\| p \|_{L_2(0,l)}.$$

Следовательно, $c = \sqrt{\frac{T}{l}c_1(e^{c_1T} - 1)}$. Обозначим $ch_0\sqrt{Tl} = c_3$.

Операторное уравнение. Рассмотрим соотношение (1.5). Введем оператор

$$A(p) = \frac{1}{\sigma(x)}\int_0^T r(x,t)u(x,t)dt, \tag{1.16}$$

где $u(x,t)$ — решение прямой задачи (1.1)–(1.3) с заданной функцией $p(x)$.

Лемма 2. Оператор A, определяемый формулой (1.16), действует из $L_2(0,l)$ в $L_2(0,l)$.

Доказательство. Рассмотрим

$$\| A(p) \|^2_{L_2(0,l)} = \int_0^l \Big(\frac{1}{\sigma(x)}\int_0^T r(x,t)u(x,t)dt\Big)^2 dx.$$

Так как $r(x,t) = H''(t) + cH(t)$, то в силу условий (A) и (1.10) $r(x,t) \in C(\bar{Q_T})$. Тогда $\exists$ $R_0 > 0$ такое, что $\max\limits_{\bar{Q_T}} | r(x,t) | \leqslant R_0$. Применив неравенство Коши-Буняковского, получим для почти всех $x \in (0,l)$

$$\Big(\int_0^T r(x,t)u(x,t)dt\Big)^2 \leqslant \int_0^T r^2(x,t)dt\int_0^T u^2(x,t)dt \leqslant TR_0^2\int_0^T u^2(x,t)dt.$$

Так как по условию $\sigma(x) \geqslant \sigma_0 > 0$, то

$$\| A(p) \|^2_{L_2(0,l)} \leqslant \frac{TR_0^2}{\sigma_0^2}\int_0^T\int_0^l u^2(x,t)dxdt \leqslant \frac{TR_0^2}{\sigma_0^2}c_3^2\|p\|^2_{L_2(0,l)},$$

откуда

$$\| A(p) \|_{L_2(0,l)} \leqslant c_4\|p\|_{L_2(0,l)}, \tag{1.17}$$

где $c_4 = \frac{R_0Th_0}{\sigma_0\sqrt{l}}c_1(e^{c_1T} - 1)$. Таким образом, $A(p) \in L_2(0,l)$. Лемма доказана.

Запишем соотношение (1.5) в виде операторного уравнения:

$$p - A(p) = -\frac{\delta''(x)}{\sigma(x)}. \tag{1.18}$$

Найдем условия, при выполнении которых оператор $A(p)$ сжимающий. В силу неравенства (1.17) это свойство будет иметь место, если $c_4 < 1$. Так как

$$c_4 = \frac{R_0Th_0}{\sigma_0\sqrt{l}}c_1(e^{c_1T} - 1),$$

то $A(p)$ сжимающий, если

$$R_0 T h_0 c_1 (e^{c_1 T} - 1) < \sigma_0 \sqrt{l}. \tag{1.19}$$

Таким образом, если справедливо условие (1.19), то операторное уравнение (1.18) однозначно разрешимо, и его решение $p(x) \in L_2(0,l)$.

Доказано следующее утверждение.

Теорема 1. Если выполнены условия (A), (B) и справедливо неравенство (1.19), то задача (1.1)–(1.3), (1.5) однозначно разрешима.

Теперь приступим к доказательству разрешимости задачи (1.1)–(1.4). Для этого нам потребуется показать, что найденное решение задачи (1.1)–(1.3), (1.5) принадлежит не только пространству $W_2^1(Q_T)$, но и $W_2^2(Q_T)$.

Лемма 3. Если выполняются условия теоремы 1, и, кроме того, $h_t \in L_2(Q_T)$, то решение задачи (1.1)–(1.3), (1.5) принадлежит пространству $W_2^2(Q_T)$.

Доказательство.

Продифференцируем (1.11) по t:

$$\int_0^l \big(u_{ttt}^m(x,t)w_j(x) + u_{xt}^m(x,t)w_j^{'}(x) + cu_t^m(x,t)w_j(x) + c_t u^m(x,t)w(x)\big)dx =$$

$$= \int_0^l p(x)h_t(x,t)w_j(x)dx.$$

Умножим полученное равенство на $c_j^{''}(t)$ и просуммируем по j от 1 до m, а затем проинтегрируем по t от 0 до τ :

$$\int_0^\tau \int_0^l \big(u_{ttt}^m u_{tt}^m + u_{xt}^m u_{xtt}^m + cu_t^m u_{tt}^m + c_t u^m u_{tt}^m\big)dxdt = \int_0^\tau \int_0^l p h_t u_{tt} dxdt. \tag{1.20}$$

Проинтегрируем слагаемые, стоящие в левой части последнего равенства

$$\int_0^\tau \int_0^l u_{ttt}^m u_{tt}^m dxdt = \frac{1}{2}\int_0^l (u_{tt}^m(x,\tau))^2 dx - \frac{1}{2}\int_0^l (u_{tt}^m(x,0))^2 dx,$$

$$\int_0^\tau \int_0^l u_{xt}^m u_{xtt}^m dxdt = \frac{1}{2}\int_0^l (u_{xt}^m(x,\tau))^2 dx,$$

$$\int_0^\tau \int_0^l cu_t^m u_{tt}^m dxdt = -\frac{1}{2}\int_0^\tau \int_0^l c_t (u_t^m)^2 dxdt + \frac{1}{2}\int_0^l c(u_t^m(x,\tau))^2 dx.$$

Тогда из (1.20) получим

$$\frac{1}{2}\int_0^l [(u_{tt}^m(x,\tau))^2 + (u_{xt}^m(x,\tau))^2 + (cu_t^m(x,\tau))^2]dx =$$

$$= \frac{1}{2}\int (u_{tt}^m(x,0))^2 dx + \frac{1}{2}\int_0^\tau \int_0^l c_t (u_t^m(x,t))^2 dxdt +$$

$$+ \int_0^\tau \int_0^l c_t u^m(x,t)(u_{tt}^m(x,t))^2 dxdt + \int_0^\tau \int_0^l p(x)h_t(x,t)u_{tt}^m dxdt. \tag{1.21}$$

Рассмотрим (1.11), положив в нем $t = 0$, умножим на $c_{tt}^m(0)$, а затем просуммируем по j от 1 до m:

$$\int_0^l [(u_{tt}^m(x,0))^2 + u_{xt}^m(x,0)u_{tt}^m(x,0) + cu_t^m(x,0)u_{tt}(x,0)]dx =$$

$$= \int_0^l p(x)h_t(x,0)u_{tt}^m(x,0)dx. \qquad (1.22)$$

Учитывая, что $u_{xt}^m(x,0) = u_t^m(x,0) = 0$, получим, применив неравенство Коши к правой части (1.22), неравенство

$$\int_0^l (u_{tt}^m(x,0))^2dx \leqslant \frac{1}{2}\int_0^l p^2h_t^2(x,0)dx + \frac{1}{2}\int_0^l u_{tt}^m(x,0))^2dx,$$

откуда следует оценка

$$\int_0^l (u_{tt}^m(x,0))^2dx \leqslant \int_0^l p^2h_t^2(x,0)dx \leqslant p_1, \qquad (1.23)$$

где $p_1 = h_1\|p\|_{L_2^2(0,l)}, h_1 = \max_{\bar{Q_T}} |h_t(x,t)|$.

Продолжим оценку. Оценим правую часть равенства (1.21) по абсолютной величине. Второе слагаемое оценим с помощью (1.14), к третьему и четвертому слагаемым применим неравенство Коши "с ε".

$$| \frac{1}{2}\int_0^\tau \int_0^l c_t(u_t^m(x,t))^2dxdt | \leqslant p_2,$$

$$| \int_0^\tau \int_0^l c_tu^m(x,t)(u_{tt}^m(x,t))^2dxdt | \leqslant \frac{c_5^2}{2\varepsilon}\int_0^\tau \int_0^l (u^m(x,t))^2dxdt + \frac{\varepsilon}{2}\int_0^\tau \int_0^l (u_{tt}^m(x,t))^2dxdt,$$

$$| \int_0^\tau \int_0^l p(x)h_t(x,t)u_{tt}^m(x,t)dxdt | \leqslant \frac{1}{2\varepsilon}\int_0^\tau \int_0^l p^2(x)h_t^2(x,t)dxdt + \frac{\varepsilon}{2}\int_0^\tau \int_0^l (u_{tt}^m(x,t))^2dxdt,$$

$$\frac{c_5^2}{2\varepsilon}\int_0^\tau \int_0^l (u^m(x,t))^2dxdt \leqslant p_2,$$

$$\frac{1}{2\varepsilon}\int_0^\tau \int_0^l p^2(x)h_t^2(x,t)dxdt \leqslant p_3,$$

где

$$c_5 = \max_{\bar{Q_T}} | c_t(x,t) |,$$

$$p_2 = \frac{c_5^2 + c_0\varepsilon}{2\varepsilon} lh_0c_1(e^{c_1T} - 1)p_1,$$

$$p_3 = \frac{1}{2\varepsilon}p_1.$$

Выберем ε так, чтобы $2\varepsilon < 1$. Тогда

$$m_0\int_0^l [(u_{tt}^m(x,\tau))^2 + u_{xt}^m(x,\tau)u_{tt}^m(x,\tau) + cu_t^m(x,\tau)u_{tt}(x,\tau)]dx \leqslant p_1 + p_2 + p_3,$$

где

$$m_0 = 1 - \varepsilon.$$

Отсюда

$$\| u_{tt}^m \|_{L_2} \leqslant p_4, \qquad \| u_{xt}^m \|_{L_2} \leqslant p_4,$$

где $p_4 = p_1 + p_2 + p_3$.

Оценим u_{xx}^m. В силу полученных оценок можем записать тождество:

$$\int_0^\tau \int_0^l (u_{tt}^m v + u_x^m v_x + cuv)dxdt = \int_0^\tau \int_0^l phvdxdt.$$

Представим $v(x,t) = \Phi(t)\tilde{v}(x)$, где $\Phi(t) \in C(0,T), \tilde{v} \in \overset{\circ}{W}{}_2^1(0,l)$, тогда для почти всех $t \in [0,T]$

$$\int_0^l (u_{tt}^m \tilde{v} + u_x^m \tilde{v}_x + cu\tilde{v})dx = \int_0^l ph\tilde{v}dx,$$

откуда

$$\int_0^l u_x^m \tilde{v}_x dx = \int_0^l (ph - u_{tt}^m - cu^m)\tilde{v}dx.$$

Так как функция $\tilde{v}$ произвольная из пространства $\overset{\circ}{W}{}_2^1(0,l)$, то последнее равенство означает, что существует обобщенная производная

$$u_{xx} = cu^m + u_{tt}^m - ph.$$

Но тогда полученное решение u из $W_2^1(Q_T)$ принадлежит $W_2^2(Q_T)$. Поэтому уравнение (1.1) выполняется для почти всех $(x,t) \in Q_T$, и выполняются условия (1.2), (1.3), (1.5).

Покажем, что выполняется условие (1.4). Пусть $p^*(x) \in L_2(0,l)$ является решением операторного уравнения (1.18), $u^*(x,t)$ — обобщенное решение из пространства$W_2^2(Q_T)$ прямой задачи (1.1)–(1.3) с функцией p^* в правой части уравнения (1.1). Положим $\delta^*(x) = \int_0^T H(t)u^*(x,t)dt$. В силу свойств решения $u^*(x,t)$ и $H(t)$ $\delta^*(x) \in \overset{\circ}{W}{}_2^1(0,l)$. Повторяя рассуждения, приведенные при доказательстве леммы 1, получим

$$p^*(x) = \frac{1}{\sigma(x)}\Big(\int_0^T r(x,t)u^*(x,t)dt - \delta^{*''}(x)\Big). \tag{1.24}$$

Но, с другой стороны, p^* является решением (1.18):

$$p^*(x) = \frac{1}{\sigma(x)}\Big(\int_0^T r(x,t)u^*(x,t)dt - \delta^{''}(x)\Big). \tag{1.25}$$

Тогда, вычитая из (1.24) равенство (1.25), получим

$$\delta^{*''}(x) = \delta^{''}(x), x \in (0,l).$$

Так как $\delta^*(0) = \delta(0) = 0, \delta^*(l) = \delta(l) = 0$, то $\delta^*(x) = \delta(x)$, следовательно, u^* удовлетворяет условию (1.4), стало быть, является решением задачи (1.1)–(1.4), понимаемой как функция, принадлежащая пространству $W_2^2(Q_T)$, удовлетворяющая условиям (1.2)–(1.4) в смысле равенства функций в L_2, и почти всюду уравнению (1.1).

Литература

[1] Cannon J.R., Lin Y. Determination of a control parameter in a parabolic partial differential equation // J. Austral. Math. Soc. Ser. B, 1991. Vol. 33. № 2. P. 149-–163.

[2] Cannon J.R., Lin Y. Determination of a parameter p(t) in some quasi-linear parabolic differential equations // Inverse Problems, 1998. V. 4. № 1. P. 35–45.

[3] Камынин В.Л. Об обратной задаче определения младшего коэффициента в параболическом уравнении при условии интегрального наблюдения // Мат. заметки. 2013. Т. 94. Вып. 2.

[4] Сафиуллова Р.Р. Обратная задача с неизвестным составным внешним воздействием при составном переопределении // Мат. заметки ЯГУ. 2006. Т. 13. Вып. 2.

[5] Павлов С.С. Обратная задача восстановления внешнего воздействия в многомерном волновом уравнении с интегральным переопределением // Мат. заметки ЯГУ. 2011. Т. 18. Вып. 1.

[6] Павлов С.С. Нелинейные обратные задачи для многомерных гиперболических уравнений с интегральным переопределением // Мат. заметки ЯГУ. 2011. Т. 18. Вып. 2.

[7] Камынин В.Л. Об обратной задаче определения правой части в параболическом уравнении с условием интегрального переопределения // Мат. заметки. 2005. Т. 77. Вып. 4.

[8] Камынин В.Л. Об обратной задаче определения старшего коэффициента в параболическом уравнении // Мат. заметки. 2008. Т. 84. Вып. 1.

[9] Прилепко А.И., Костин А.Б. Об обратных задачах определения коэффициента в параболическом уравнении. II // Сибирский мат. журнал. 1993. Т. 34. № 5.

[10] Амиров А.Х. К вопросу о разрешимости обратных задач // Сибирский математический журнал. 1987. Т. XXVIII. № 6.

[11] Денисов А.М. Обратная задача для гиперболического уравнения с нелокальным краевым условием, содержащим запаздывающий аргумент // Труды Института математики и механики УрО РАН. 2012. Т. 18. № 1.

[12] Ладыженская О.А. Краевые задачи математической физики. М.: Наука, 1973. 407 с.

References

[1] Cannon J.R., Lin Y. Determination of a control parameter in a parabolic partial differential equation // J. Austral. Math. Soc. Ser. B. 1991. V. 33. № 2. P. 149–163.

[2] Cannon J.R., Lin Y. Determination of a parameter p(t) in some quasi-linear parabolic differential equations // Inverse Problems. 1998. V. 4. № 1. P. 35–45.

[3] Kamynin V.L. On inverse problem of determining the lower-order coefficient in parabolic equations with integral observation // Matematicheskie Zametki. 2013. V. 94. № 2. P. 207–217.

[4] Saffullova R.R. Inverse problem with unknown complex external influence at complex overdetermination // Matematicheskie Zametki YaGU. 2006. V. 13. № 2. P. 79–94.

[5] Pavlov S.S. Inverse problem of recovering the external influence for many-dimensional wave equation with integral overdetermination condition // Matematicheskie Zametki YaGU. 2011. V. 18. № 1. P. 81–92.

[6] Pavlov S.S. Nolinear inverse problems for many-dimensional hyperbolic equations with integral overdetermination // Matematicheskie Zametki YaGU. 2011. V. 18. № 2. P. 128–153.

[7] Kamynin V.L. On the inverse problem of determining the right-hand side in a parabolic equation under an integral overdetermination condition // Matematicheskie Zametki. 2005. V. 77. № 4. P. 522–534.

[8] Kamynin V.L. On the inverse problem of determining the leading coefficient in parabolic equation // Matematicheskie Zametki. 2008. V. 84. № 1. P. 48–58.

[9] Prilepko A.I., Kostin A.B. On inverse problems of determining a coefficient in a parabolic equation. II // Sibirsky Matematichesky Zhurnal. 1993. V. 34. № 5. P. 147–162.

[10] Amirov A.Kh. Solvability of the inverse problems // Sibirsky Matematichesky Zhurnal. 1987. V. XXVIII. № 6. P. 3–11.

[11] Denisov A.M. Inverse problem for a hyperbolic equation with nonlocal boundary condition containing a delay argument // Trudy Instituta Matematiki i Mekhaniki UrO RAN. 2012. V. 18. № 1. P. 139–146.

[12] Ladyzhenskaya O.A. Boundary problems of mathematical physics. M.: Nauka, 1973. 407 p.

Поступила в редакцию 19/*II*/2014;
в окончательном варианте — 19/*II*/2014.

INVERSE PROBLEM WITH INTEGRAL OVERDETERMINATION CONDITION FOR A HYPERBOLIC EQUATION

 A.E. Savenkova[2]

In the paper, we study an inverse problem for a hyperbolic equation with integral overdetermination condition. The existence of a generalized solution is proved.

Key words: hyperbolic equation, inverse problem, integral condition of overdetermination.

Paper received 19/*II*/2014.
Paper accepted 19/*II*/2014.

[2]Savenkova Alesya Evgen'evna (alesya.savenkova@mail.ru), the Dept. of Equations of Mathematical Physics, Samara State University, Samara, 443011, Russian Federation.