УДК 539.42

B.A. Турков a^1

ИНКРЕМЕНТАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ДВУХОСНОГО НАГРУЖЕНИЯ ПЛАСТИНЫ С КРУГОВЫМ ОТВЕРСТИЕМ: ПРИСПОСОБЛЯЕМОСТЬ, ЗНАКОПЕРЕМЕННАЯ ПЛАСТИЧНОСТЬ И РЕТЧЕТИНГ²

В статье приведены результаты конечно-элементных расчетов для определения напряженно-деформированного состояния упругопластической пластины с центральным круговым отверстием, находящейся под действием циклического нагружения. Обсуждаются инкрементальные и прямые методы определения асимптотического поведения неупругих элементов конструкций в условиях циклического нагружения. Представлены методы нахождения диапазонов нагрузок, при которых реализуются разные режимы асимптотического поведения конструкции: приспособляемость, знакопеременная пластичность и прогрессирующее пластическое течение. В пакете SIMULIA Abaqus выполнено пошаговое циклическое нагружение образцов с концентраторами напряжений.

Ключевые слова: приспособляемость, знакопеременная пластичность, ретчетинг, конечно-элементный анализ, инкрементальный анализ.

Введение

В настоящее время элементы конструкций, подверженные действию периодических термомеханических нагрузок, часто функционируют за их пределом упругости: в условиях пластического течения и ползучести [1–10]. Прочностной анализ таких инженерных сооружений и элементов конструкций представляет собой важную задачу как с инженерной, так и с теоретической точки зрения [11–15]. Примерами элементов конструкций, работающих в таких условиях, могут служить сосуды, находящиеся под действием внутреннего давления, детали в общем машиностроении, в авиационно-космической отрасли. В гражданском строительстве такие ситуации возникают при проектировании таких конструкций, как дамбы, морские или океанские платформы, здания и мосты, находящиеся в сейсмически активных зонах.

¹© Туркова В.А., 2015

Туркова Вера Александровна (TurkovaVera2015@yandex.ru), кафедра математического моделирования в механике, Самарский государственный университет, 443011, Российская Федерация, г. Самара, ул. Акад. Павлова, 1.

²Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 12-08-00390).

Полный отклик конструкции, подверженной действию сложной системы термомеханических нагрузок, чрезвычайно сложен и может включать неупругие (пластические) деформации. Причина сложного описания поведения данной конструкции заключается в необходимости выполнения вычислений, включающих всю историю нагружения конструкции. Вычисления, моделирующие всю историю нагружения, однако, приводят к весьма затратному продолжительному во времени пошаговому анализу. Поэтому в современной механике деформируемого твердого тела назрела необходимость развития вычислительных методов прямого определения возможного асимптотического стабилизированного состояния упругопластического (или упруго-вязкопластического) тела под действием повторяющегося термомеханического нагружения. Прямые методы являются альтернативой пошаговому анализу. Основываясь на том факте (Д. Друкер, 1959 [16]), что для склерономных или реономных стабильных материалов такое стабилизированное асимптотическое состояние существует, прямые методы позволяют отыскать асимптотическое состояние сразу с самого начала, не прибегая к пошаговому анализу.

Наиболее хорошо изученным циклическим состоянием является приспособляемость. Поиск такого стабильного состояния основан на нижней и верхней границах для областей приспособляемости (на статической теореме приспособляемости — теореме Мелана и кинематической теореме приспособляемости — теореме Койтера). Теоремы приспособляемости изначально были сформулированы для упругих идеальнопластических тел. Позже были предложены расширения и обобщения теорем для учета упрочнения и для случая динамического нагружения. В 1998 г. было дано обобщение теорем приспособляемости на случай пористых пластических материалов.

Обычно при определении границ приспособляемости прибегают к средствам математического программирования и применяются эффективные процедуры, которые получили название нелинейного алгоритма ньютоновского типа и методов внутренних точек, позволяющие определить границы приспособляемости и использовать их для ряда инженерных задач.

В последние десятилетия предложен целый класс прямых методов [17-20], например, метод линейного сращивания, обобщающий метод упругой компенсации и базирующийся на сращивании линейно упругой задачи и задачи теории пластичности. В рамках метода линейного сращивания генерируется последовательность упругих решений с пространственно меняющимися модулями, что дает верхние границы приспособляемости, которые монотонно схолятся к наименьшей верхней границе, которая совпадает с разрушающей нагрузкой или пределом приспособляемости. Позднее метод был обобщен за границы приспособляемости и теоретически и с вычислительной точки зрения для определения верхней границы ретчетинга для нагружения, которое может быть представлено в виде композиции постоянной и меняющейся во времени нагрузок. Хотя важным представляется нахождение границы ретчетинга, также важным является определение эффектов поведения конструкции с течением времени (долговременных эффектов), которые будут иметь место при заданном циклическом нагружении. Альтернативой громоздкой пошаговой процедуре был предложен метод, названный прямым анализом цикла, и данный метод уже реализован в САЕ пакете прикладных программ Simulia Abaqus. Метод прямого анализа цикла базируется на предположении, что перемещения в стабилизированном асимптотическом состоянии конструкции, находящейся под действием периодической нагрузки, также являются периодическими (перемещения также будут циклическими). Принятая гипотеза позволяет представить перемещения рядом Фурье, коэффициенты которого оцениваются в ходе ите-

рационной процедуры посредством связывания их с коэффициентами ряда Фурье, представляющего вектор остаточных напряжений. Этот вектор также оценивается с помощью пошаговой процедуры, в рамках которой определяется статически допустимое решение, исходя из последовательного стремления вектора остаточного напряжений к нулю.

1. Теория приспособляемости. О поведении упругопластических тел при переменных нагрузках

1.1. Переменные нагрузки

Элементы конструкций, находящиеся в реальных эксплуатационных условиях, нередко испытывают воздействие переменных температур и нагрузок. Если тело деформируется упруго, то при переменных нагрузках прочность определяется усталостными характеристиками материала; разрушение наступает после большого числа циклов. Если же тело испытывает упругопластическую деформацию, то при нагрузке, ниже предельной, возможно достижение опасного состояния при сравнительно малом числе циклов. При этом следует различать два случая.

1. Разрушение наступает вследствие чередования пластических деформаций разного знака (например, после пластического растяжения происходит пластическое сжатие и т. д.). Это так называемая знакоперменная пластичность (пластическая или малоцикловая усталость).

2. Пластические деформации не меняют знака, но нарастают с каждым циклом (прогрессирующая деформация – ретчетинг). Это приводит к недопустимому накоплению пластических деформаций.

В качестве примера возникновения знакопеременной пластичности рассмотрим упругопластическое состояние полого шара под действием внутреннего давления при условии, что внутреннее давление изменяется по закону $0 \to p \to 0 \to p...$ При первом нагружении $0 \to p$ в шаре возникает зона пластической деформации $a \leq r \leq c$. После разгрузки $p \to 0$ распределение остаточных напряжений описывается формулами

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_r^0 = 2\sigma_s \ln \frac{r}{a} - p - \tilde{p}\left(1 - \frac{b^3}{r^3}\right), \\ \sigma_{\varphi}^0 = 2\sigma_s \ln \frac{r}{a} - p + \sigma_s - \tilde{p}\left(1 + \frac{1}{2}\frac{b^3}{r^3}\right) \end{array} \right\} \quad \text{при} \quad a \leqslant r \leqslant c, \quad (1.1)$$

где $\tilde{p} = pa^3/(b^3-a^3)$, $\tilde{q} = qc^3/(b^3-c^3)$. Эти формулы справедливы до тех пор, пока интенсивность остаточных касательных напряжений не превысит предела текучести. Так как максимум разности $\sigma_{\varphi}^0 - \sigma_r^0$ достигается при r = a, то полученные формулы справедливы при

$$\tilde{p} < 2\tilde{p}_0, \qquad \tilde{p}_0 = 2(a/b)^3/3.$$
(1.3)

Если теперь вновь сообщить давление, не превышающее первоначальное, то новые пластические деформации в шаре не произойдут. При новом нагружении

108

в шаре будут возникать дополнительные напряжения и деформации согласно уравнениям теории упругости независимо от наличия собственных напряжений. Однако достижение предела упругости будет определяться также величиной собственных (остаточных) напряжений. Это явление называется упрочнением конструкции. В этом случае говорят также о приспособляемости. Конструкция приспосабливается к переменной нагрузке за счет возникновения благоприятного поля остаточных напряжений. Условие (1.3) в данной задаче определяет область приспособляемости. Если это условие нарушается, то при разгрузке в некоторой зоне, примыкающей к полости, произойдет пластическая деформация, обратная по знаку пластической деформации при нагружении. Если теперь вновь нагрузить шар тем же давлением, в этой зоне произойдет пластическая деформация первоначального знака. После небольшого числа подобных циклов в этой зоне наступит разрушение из-за пластической усталости. Таким образом, условия безопасности требуют, чтобы нагрузки не выходили из области приспособляемости.

2. Пошаговый (инкрементальный) анализ упругопластической пластины, находящейся под действием двухосного периодического нагружения, в конечно-элементном комплексе Simulia ABAQUS

2.1. Пластина с круговым отверстием, подверженная двухосному нагружению

В настоящей диссертационной работе исследование трех возможных режимов асимптотического поведения упругопластического тела под действием переменного нагружения осуществлялось на примере пластины с центральным круговым отверстием. Рассмотрим пластину с круговым отверстием, изображенную на рис. 1.



Рис. 1. Геометрия пластины с круговым отверстием, находящаяся в условиях двухосного нагружения

В работе выполнена серия конечно-элементных расчетов для нескольких типов двухосного нагружения пластины. Схематичное изображение приложенной нагруз-

В.А. Туркова



Рис. 2. Разбиение пластины с круговым отверстием на конечные элементы

ки дано на рис. 1. На рис. 2 изображено разбиение пластины. В силу симметрии пластины можно рассматривать одну ее четверть. В конечно-элементном комплексе Simulia Abaqus Student Edition 6.10 построена модель пластины с центральным круговым вырезом, соотношение диаметра которого к длине стороны квадратной пластины составляло 0,2. Отношение толщины пластины к длине ее стороны равно 0,05. Пластина выполнена из стали с модулем Юнга 0,21·10⁵ кH/см², коэффициент Пуассона равен 0,3. Во всех рассмотренных примерах численного анализа L = 20 см. Сначала был рассмотрен тестовый пример упругой пластины под действием периодического нагружения.

Результаты конечно-элементного анализа приведены на рис. 3–7. На рис. 3–6 изображена интенсивность напряжений в различных точках внутри цикла.



Рис. 3. Интенсивность напряжений по Мизесу для $\tau = t/T = 0$ и для $\tau = t/T = 0, 1$



Рис. 4. Интенсивность напряжений по Мизесу для $\tau = t/T = 0,2$ и для $\tau = t/T = 0,4$



Рис. 5. Интенсивность напряжений по Мизесу для $\tau = t/T = 0,6$ и для $\tau = t/T = 0,7$

2.1.1. Упругопластическая пластина, находящаяся под действием двухосного нагружения. Первый режим циклического нагружения

Рассматривались четыре вида нагружения.

Первый тип нагружения описывается следующими соотношениями:

$$P_y(t) = 0.65\sigma_Y \sin^2(\pi t/T), \qquad P_x(t) = 0.$$
 (2.1)

При реализации данного вида нагружения на каждом шаге инкрементального анализа в CAE-системе ABAQUS задавалась амплитуда нагружения с помощью табл. 1.

Результаты конечно-элементного анализа приведены на рис. 8–16. На рис. 8–13 изображена интенсивность напряжений в различных точках внутри цикла. Распределение интенсивности пластической деформации приведено на рис. 14. Циклический характер изменения напряжений показан на рис. 15. Распределение остаточных напряжений приведено на рис. 16.

В.А. Туркова



Рис. 6. Интенсивность напряжений по Мизесу для $\tau=t/T=0,9$ и для $\tau=t/T=1$



Рис. 7. Периодически меняющееся поле напряжений

2.1.2. Упругопластическая пластина, находящаяся под действием двухосного нагружения. Второй режим циклического нагружения

Второй тип циклического нагружения характеризуется следующими временными зависимостями

$$P_y(t) = 0.65\sigma_y \sin(2\pi t/T), \qquad P_x(t) = 0.$$
 (2.2)

При реализации данного вида нагружения на каждом шага инкрементального анализа в CAE-системе ABAQUS задавалась амплитуда нагружения с помощью табл. 2.

Результаты конечно-элементного анализа в пакете Simulia Abaqus представлены на графиках 17–24. Поведение пластической деформации изображено на рис. 23.

Таблица 1

Время	Амплитуда
0	0
0,1	0,09549
0,2	0,34549
0,3	$0,\!65450$
0,4	0,90450
0,5	1
$0,\!6$	0,90450
0,7	$0,\!65450$
0,8	0,34549
0,9	0,09549
1	0

Амплитуда нагрузки первого режима нагружения



Рис. 8. Распределение интенсивности напряжений для $\tau=0$ и $\tau=0,1,$ где $\tau=t/T,~T$ – период



Рис. 9. Распределение интенсивности напряжений для $\tau=0,2$ и $\tau=0,3,$ где $\tau=t/T,~T$ – период



Рис. 10. Распределение интенсивности напряжений для $\tau=0,4$ и $\tau=0,5,$ где $\tau=t/T,~T$ – период



Рис. 11. Распределение интенсивности напряжений для $\tau=0,6$ и $\tau=0,7,$ где $\tau=t/T,~T$ – период



Рис. 12. Распределение интенсивности напряжений для $\tau=0,8$ и $\tau=0,9,$ где $\tau=t/T,\ T$ – период



Рис. 13. Распределение интенсивности напряжений для $\tau=1,$ где $\tau=t/T,$ T – период



Рис. 14. Распределение интенсивности пластической деформации

Амплитуда нагрузки для второго режима нагружения

Время	Амплитуда
0	0
0,1	0,5877
0,2	0,9510
$_{0,3}$	0,9510
0,4	0,5877
0,5	0
$0,\!6$	-0,5877
0,7	-0,9510
0,8	-0,9510
0,9	-0,5877
1	0

Таблица 2



Рис. 15. Циклический характер изменения напряжений



Рис. 16. Распределение остаточных напряжений

2.1.3. Упругопластическая пластина, находящаяся под действием двухосного нагружения. Третий режим циклического нагружения

Третий режим циклического нагружения заключался в приложении двух нагрузок: растягивающей нагрузки, действующей по оси X_1 и периодически изменяющейся нагрузки, направленной по оси X_2 :

$$P_x = 0, 6\sigma_y = const, \qquad P_y(t) = 0, 8\sigma_Y sin^2(\pi t/T).$$
 (2.3)

Комбинация двух нагрузок ведет к превышению пределов, при которых реализуется приспособляемость и осуществляется знакопеременная пластичность.

Поведение пластической деформации изображено на рис. 26.

Распределение компоненты ε_{22} тензора пластической деформации изображено на рис. 27.



Рис. 17. Интенсивность напряжений для $\tau=t/T=0$ и $\tau=0,1$



Рис. 18. Интенсивность напряжений для $\tau=t/T=0,2$ и $\tau=0,3$



Рис. 19. Интенсивность напряжений для $\tau=t/T=0,4$ и $\tau=0,5$



Рис. 20. Интенсивность напряжений для $\tau=t/T=0,6$ и $\tau=0,7$



Рис. 21. Интенсивность напряжений для $\tau=t/T=0,8$ и $\tau=0,9$



Рис. 22. Интенсивность напряжений для $\tau=t/T=1$



Рис. 23. Циклический характер пластической деформации



Рис. 24. Циклический характер напряжений



Рис. 25. Периодический характер изменения напряжений



Рис. 26. Циклический характер пластической деформации



Рис. 27. Режим циклической пластичности

В.А. Туркова



Рис. 28. Прогрессирующее пластическое течение (четвертый режим нагружения)

2.1.4. Упругопластическая пластина, находящаяся под действием двухосного нагружения. Четвертый режим циклического нагружения

Четвертый режим циклического нагружения заключался в приложении двух нагрузок: растягивающей нагрузки, действующей по оси X_1 , и периодически изменяющейся нагрузки, направленной по оси X_2 :

$$P_x = 0,85\sigma_y = const, \qquad P_y(t) = 0,5\sigma_y sin^2(\pi t/T).$$
 (2.4)

Данный режим нагружения приводит к превышению предельных значений напряжений во многих точках пластины, при которых реализуется приспособляемость и знакопеременная пластичность. Поэтому приложение такой комбинации нагрузок приводит к прогрессирующему пластическому течению (рис. 28). Распределение компоненты ε_{11} тензора пластической деформации изображено на рис. 28.

Пределы приспособляемости и ретчетинга для пластины, находящейся под действием двухосного нагружения: первый — режим нагружения (рис. 29), второй режим нагружения (рис. 30).



Рис. 29. Пределы приспособляемости и ретчетинга для пластины, находящейся под действием двухосного нагружения (первый путь нагружения)

120



Рис. 30. Пределы приспособляемости и ретчетинга для пластины, находящейся под действием двухосного нагружения (второй путь нагружения)

Результаты и выводы

Выполнено компьютерное (имитационное) моделирование поведения упругопластических тел, находящихся под действием периодической нагрузки. В многофункциональном конечно-элементном комплексе SIMULIA Abaqus выполнен класс конечно-элементных расчетов напряженно-деформированного состояния в упругопластической пластине с центральным коуговым отверстием, находящимся под действием двухосного нагружения. На основании проведенного вычислительного эксперимента на примере двухосного нагружения пластины с центральным круговым отверстием установлены диапазоны нагрузок, при которых достигается приспособляемость, знакопеременная пластичность и ретчетинг.

Литература

- Bradford R. A.W., Ure J., Chen H.F. The Bree problem with different yeild stresses on-load and off-load and application to creep ratcheting // International Journal of Pressure Vessels and Piping. 2014. V. 113. P. 32–39.
- [2] Bree J. Elastic-plastic behaviour of thin tubes subjected to internal pressure and intermittent high-heat fluxes with application to fast-nuclear-reactor fuel elements // Journal of strain analysis. 1967. V. 2. № 3. P. 226–238.
- [3] Fuschi P, Pisno A.A., Weichert D. Direct methods for limit and shakedown analysis of structures. Berlin: Springer. 2015. 3313 p.
- [4] Spiliopoulos K., Weichert D. Direct methods for limit states in structures and materials. Berlin: Springer, 2014. 278 p.
- [5] Chen H., Ponter A.R.S. A method for the evaluation of a ratchet limit and the amplitude of plastic starin for bodies subjected to cyclic loading // Eur. J. Mech. A/Solids. 2001. V. 20. P. 555–571.
- [6] Konig J.A. Shakedown of Elastic-Plastic Structures. Amsterdam: Elsevier, 1987.
- [7] Peigney M. Approche par controle optimal des structures anelastiques sous chargement cyclique. These de docteur de l'ecole polytechnique. 2003.
- [8] Wesfreid E. Etude de comportement asymptotique pour un modele viscoplastique // C.R. Acad. Sci. 1980. V. 290. Serie A. № 6. P. 297–300.
- Stolz C. Optimal control approach in nonlinear mechanics// C.R. Mechanique. 2008.
 V. 336. P. 238–244.

- [10] Peigney M., Stolz C. An optimal control approach to the analysis of inelastic structure under cyclic loading // J. of Mechanics and Physics of Solids. 2003. V. 51. P. 575–605.
- [11] Stepanova L.V. Eigenspectra and orders of stress singularity at a mode I crack tip for a power-law medium // Comptes Rendus Mechanique. 2008. № 336. № 1–2. C. 232–237.
- [12] Степанова Л.В. Математические методы механики разрушения. Самара: Изд-во "Самарский университет", 2006. 231 с.
- [13] Адылина Е.М., Игонин С.А., Степанова Л.В. О нелинейной задаче на собственные значения, следующей из анализа напряжений у вершины усталостной трещины // Вестник Самарского государственного университета. 2012. № 3/1(94). С. 83–102.
- [14] Степанова Л.В. Уточненный расчет напряженно-деформированного состояния у вершины трещины в условиях циклического нагружения в среде с поврежденностью // Вестник Самарского государственного университета. 2011. № 83. С. 105–115.
- [15] Адылина Е.М., Степанова Л.В. О построении многомасштабных моделей неупругого разрушения // Вестник Самарского государственного университета. 2012. № 9(100). С. 70–83.
- [16] Drucker D.C. A definition of stable inelastic material // ASME J. Appl. Mechanics. 1959. V. 26. P. 101–106.
- [17] Lee Y.L., Barkey M.E., Kang H.T. Metal Fatigue Analysis Handbook Practical Problem-Solving Techniques for Computer-Aided Engineering. Elsevier, 2012. 633 p.
- [18] Polizzoto C. Variational methods for the steady state response of elastic-plastic solids subjected to cyclic loads // Int. J. Solids and Structures. 2003. V. 40. C. 2673–2697.
- [19] Spiliopoulos K.V., Panagiotou K.D. A direct method to predict steady states of elastoplastic structures // Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 2012. V. 223-224. P. 186–198.
- [20] Nguyen A.D., Hachemi A., Weichert D. Application of the interior point method to shakedown analysis of pavements // Int. J. Numerical Method Engrg. 2008. № 4. P. 414–439.

References

- Bradford R.A.W., Ure J., Chen H.F. The Bree problem with different yeild stresses onload and off-load and application to creep ratcheting. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 2014, Vol. 113, pp. 32–39.
- [2] Bree J. Elastic-plastic behaviour of thin tubes subjected to internal pressure and intermittent high-heat fluxes with application to fast-nuclear-reactor fuel elements. *Journal of strain analysis*, 1967, Vol. 2, no. 3, pp. 226–238
- [3] Fuschi P, Pisno A.A., Weichert D. Direct methods for limit and shakedown analysis of structures. Berlin, Springer, 2015, 3313 p.
- [4] Spiliopoulos K., Weichert D. Direct methods for limit states in structures and materials. Berlin, Springer, 2014, 278 p.
- [5] Chen H., Ponter A.R.S. A method for the evaluation of a ratchet limit and the amplitude of plastic starin for bodies subjected to cyclic loading. *Eur. J. Mech.* A/Solids, 2001, Vol. 20, pp. 555–571.
- [6] Konig J.A. Shakedown of Elastic-Plastic Structures. Amsterdam: Elsevier, 1987.
- [7] Peigney M. Approche par controle optimal des structure anelastiques sous chargement cyclique. These de docteur de l'ecole polytechnique. 2003 [in French]

- [8] Wesfreid E. Etude de comportement asymptotique pour un modele viscoplastique. C.R. Acad. Sci.. Paris, 1980, Vol. 290, Serie A. no. 6, pp. 297–300 [in French]
- [9] Stolz C. Optimal control approach in nonlinear mechanics. C.R. Mechanique, 2008, Vol. 336, pp. 238–244
- [10] Peigney I., Stolz C. An optimal control approach to the analysis of inelastic structure under cyclic loading. J. of Mechanics and Physics of Solids, 2003, Vol. 51, pp. 575–605.
- [11] Stepanova L.V. Eigenspectra and orders of stress singularity at a mode I crack tip for a power-law medium. *Comptes Rendus Mechanique*, 2008, Vol. 336, no. 1–2, pp. 232–237.
- [12] Stepanova L.V. Mathematical Methods of Fracture Mechanics. Samara, Samarskii universitet, 2006, 231 p. [in Russian].
- [13] Adylina E.M., Igonin S.A., Stepanova L.V. About the nonlinear eigenvalue problem arising from the stress analysis near the fatigue crack growth problem. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo universiteta* [Vestnik of Samara State University], 2012, no. 3/1(94), pp. 83–102 [in Russian].
- [14] Stepanova L.V. Refined study of stress-strain state near the crack tip under cyclic loading in a damage medium. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo universiteta* [Vestnik of Samara State University], 2011, no. 83, pp. 105–115 [in Russian].
- [15] Adylina E.M., Stepanova L.V. On development of multiscale fracture models. Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo universiteta [Vestnik of Samara State University], 2012, no. 9(100), pp. 70–83 [in Russian].
- [16] Drucker D.C. A definition of stable inelastic material. ASME J. Appl. Mechanics, 1959, Vol. 26, pp. 101–106.
- [17] Lee Y.L., Barkey M.E., Kang H.T. Metal Fatigue Analysis Handbook Practical Problem-Solving Techniques for Computer-Aided Engineering. Elsevier, 2012, 633 p.
- [18] Polizzoto C. Variational methods for the steady state response of elastic-plastic solids subjected to cyclic loads. Int. J. Solids and Structures, 2003, Vol. 40, pp. 2673–2697.
- [19] Spiliopoulos K.V., Panagiotou K.D. A direct method to predict steady states of elastoplastic structures. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 2012, Vol. 223-224, pp. 186–198.
- [20] Nguyen A.D., Hachemi A., Weichert D. Application of the interior point method to shakedown analysis of pavements. Int. J. Numerical Method Engrg, 2008, no. 4, pp. 414–439.

V.A. Turkova³

INCREMENTAL ANALYSIS OF TWOAXIAL LOADING OF THE PLATE WITH CENTRAL CIRCULAR HOLE: SHAKEDOWN (ACCOMODATION), ALTERNATING PLASTICITY, RATCHETING

In the article the results of finite element calculations for the determination of stress-strain state of elasto-plastic plate with central circular hole which is under the action of cycle loading are presented. Incremental and direct methods of defining asymptotic behaviour of the structure: adaptability, alternating plasticility and progressive plastic flow are presented. In the package Simulia Abaqus incremental cyclic loading of samples with stress concentrators is performed.

Key words: shakedown, reversed plasticity, ratcheting, finite element method, incremental analysis.

Статья поступила в редакцию 16/И/2015.

The article received 16/H/2015.

 $^{^3\,}Turkova~Vera$ Alexandrovna (TurkovaVera2015@yandex.ru), Department of Mathematical Modeling in Mechanics, Samara State University, 1, Acad. Pavlov Street, Samara, 443011, Russian Federation.