УДК 519.245; 537.61

А.А. Бирюков, Я.В. Дегтярева[1]

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ ФАЗОВОГО ПЕРЕХОДА В МОДЕЛИ ИЗИНГА С ДАЛЬНИМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ МЕТОДОМ МОНТЕ-КАРЛО

Рассматриваются двумерные и трехмерные модели Изинга, в которых каждый спин взаимодействует как с соседними спинами, так и с дальними. Величина интенсивности взаимодействия между спинами полагается убывающей с расстоянием по степенному закону $r^{-d-\sigma}$, где d – размерность решетки, σ – феноменологический параметр. Исследования проведены методом Монте-Карло с алгоритмом Метрополиса с применением техники параллельных вычислений. На основе численного моделирования найдена зависимость температуры фазового перехода от параметра σ. Показано, что при возрастании σ температура фазового перехода убывает.

Ключевые слова: метод Монте-Карло, модель Изинга, фазовый переход, дальнее взаимодействие, радиус взаимодействия, критическая температура.

Введение

Задача описания магнитных свойств вещества и фазовых переходов между парамагнитным и ферромагнитным состояниями имеет давнюю историю и продолжает активно развиваться в настоящее время. Э. Изинг в 1924 году предложил модель магнетика как системы попарно взаимодействующих спинов, описал ее магнитные свойства для одномерной цепочки и доказал отсутствие фазового перехода [1]. В 1944 году Л. Онсагером [2] впервые была рассмотрена двумерная модель Изинга, для которой он доказал существование фазового перехода и вычислил его температуру. В 1952 году, Чж. Янг определил спонтанную намагниченность в двумерной модели Изинга [3]. Однако попытки исследовать аналитическими методами трехмерную модель Изинга, а также двумерную модель с учетом действия внешнего магнитного поля оказались безуспешны, что привело к разработке и развитию численных методов ее исследования.

Использование методов компьютерного моделирования позволило изучать критическое поведение систем практически любой сложности и при различных внешних условиях [4]. Так, были проведены исследования двумерных и трехмерных

Бирюков Александр Александрович (biryukov@samsu.ru), кафедра общей и теоретической физики, Самарский государственный университет, 443011, Российская Федерация, г. Самара, ул. Акад. Павлова, 1.

Дегтярева Яна Владимировна (degt-yana@yandex.ru), кафедра общей и теоретической физики, Самарский государственный университет, 443011, Российская Федерация, г. Самара, ул. Акад. Павлова, 1.

моделей Изинга с различными конфигурациями решеток (треугольных, простых кубических, гексагональных, пентагональных) во внешнем магнитном поле [5], при наличии дефектов [6; 7].

В работах [11; 12] были построены численными методами фазовые диаграммы равновесия между парамагнитным и ферромагнитным состояниями, в модели Изинга на простой кубической решетке с учетом взаимодействия как первых, так и вторых ближайших соседей. В работе [10] рассмотрены обменные взаимодействия в различных конфигурациях двумерных решеток, включая вторые ближайшие спины, и доказывается, что добавление дальних взаимодействий увеличивает температуру фазового перехода.

Для учета дальних взаимодействий в модели Изинга М. Фишер [13] предложил интенсивность взаимодействия между спинами рассматривать убывающей с расстоянием по степенному закону :

$$J \propto r^{-d-\sigma},$$

где d – размерность решетки, σ — параметр взаимодействия, r – расстояние между спинами.

Параметр взаимодействия σ существенно влияет на значения критических показателей фазового перехода в модели Изинга. Например, было показано [8; 9], что с увеличением параметра σ критические индексы двумерной модели приближаются к значениям, предсказанным ренорм-групповым анализом для двумерной модели Изинга с взаимодействием между ближайшими спинами.

В данной работе на основе метода Монте-Карло определены температуры фазового перехода между парамагнитным и ферромагнитным состояниями в двумерной и трехмерной моделях Изинга с дальними взаимодействиями для различных значений параметра σ. Предложен вид аналитической функции, аппроксимирующей зависимость между критической температурой и параметром σ.

1. Модели Изинга с дальним взаимодействием

Рассмотрим модели Изинга, которые описываются простыми квадратными или кубическими решетками (все ребра которых имеют одинаковую длину равную единице) с периодическими граничными условиями. В каждом узле решетки находятся спины, принимающие одно из двух возможных значений: $+1$ или -1. Для описания положения каждого спина введем прямоугольную систему координат, оси которой x, y, z направлены параллельно сторонам решетки.

Для двумерной модели положение спинов определяется двумя целыми числами (i, j), принимающими значения 1, 2, 3 и т. д. Гамильтониан спина с координатами (i, j) определяется выражением:

$$H(S_{ij}) = \sum_{l=i-N}^{i+N} \sum_{m=j-N}^{j+N} \frac{J_0}{r_{lm}^{2+\sigma}} S_{ij} S_{lm}, \tag{1.1}$$

где $r_{lm} = \sqrt{(i-l)^2 + (j-m)^2}$ – расстояние между спинами S_{ij} и S_{lm}, J_0 – константа взаимодействия между спинами, $S_{ij} = \pm 1$ для всех i, j. Суммирование в выражении (1.1) проводится по всем точкам (l, m), находящимся в круге радиуса R с центром в спине с координатами (i, j), где

$$\sqrt{(l-i)^2 + (m-j)^2} \leqslant R = N.$$

При этом исключается самодействие спина, то есть не могут одновременно выполняться равенства $l = i, m = j$. Интенсивность взаимодействия между спинами S_{ij} и S_{lm} J_lm убывает с расстоянием r_{lm} по степенному закону:

$$J_lm = \frac{J_0}{r_{lm}^{2+\sigma}}. \tag{1.2}$$

Аналогично положение спина в трехмерной модели определяется тремя целыми числами i, j, k. Гамильтониан спина S_{ijk} с координатами $(i, j, k), i, j, k = 1, 2, 3...$ принимает вид

$$H(S_{ijk}) = \sum_{l=i-N}^{i+N} \sum_{m=j-N}^{j+N} \sum_{n=k-N}^{k+N} \frac{J_0}{r_{lmn}^{3+\sigma}} S_{ijk} S_{lmn}, \tag{1.3}$$

где $r_{lmn} = \sqrt{(i-l)^2 + (j-m)^2 + (k-n)^2}$ – расстояние между спинами S_{ijk} и S_{lmn}. Аналогично случаю для двумерной модели суммирование осуществляется по всем точкам (l, m, n), находящимся в шаре радиуса R, где

$$\sqrt{(l-i)^2 + (m-j)^2 + (n-k)^2} \leqslant R = N,$$

причем не могут одновременно выполняться равенства $l = i, m = j, n = k$. Интенсивность взаимодействия между спинами S_{ijk} и S_{lmn} J_lmn, убывает с расстоянием r_{lmn} по закону:

$$J_lmn = \frac{J_0}{r_{lmn}^{3+\sigma}}. \tag{1.4}$$

Суммирование в выражениях (1.1), (1.3) проводится по всем индексам l, m, n с учетом периодических граничных условий.

Среднее значение магнитного момента, приходящегося на один спин, соответственно для двумерной и трехмерной решеток определяется по формулам:

$$\langle M \rangle = \frac{1}{L^2} \sum_{i,j=1}^{L} S_{ij} Z^{-1} \exp\left(-\frac{1}{kT} H(S_{ij})\right), \tag{1.5}$$

$$\langle M \rangle = \frac{1}{L^3} \sum_{i,j,k=1}^{L} S_{ijk} Z^{-1} \exp\left(-\frac{1}{kT} H(S_{ijk})\right), \tag{1.6}$$

где

$$Z = \exp\left(-\frac{1}{kT} H(+1)\right) + \exp\left(-\frac{1}{kT} H(-1)\right) \tag{1.7}$$

– нормировочная константа, k – постоянная Больцмана, T – абсолютная температура системы, L – линейный размер решетки, то есть число интервалов между спинами вдоль каждой оси x, y, z.

В предложенных моделях параметры J_0, L, N, σ являются феноменологическими, значения которых задаются. Введенный радиус R мы называем радиусом области взаимодействия спинов.

2. Исследование моделей Изинга численными методами

Вычисление $< M >$ и его зависимости от температуры T в рамках предложенных моделей аналитическими методами в соответствии с формулами (1.5) – (1.7) представляет значительные трудности. Для решения данной задачи предлагается использовать метод численного моделирования Монте-Карло.

Для численного исследования моделей Изинга по формулам (1.1) – (1.7) необходимо в этих выражениях перейти к безразмерным величинам. С этой целью расстояние между спинами мы измеряем в единицах расстояния между ближайшими спинами вдоль оси координат, энергию взаимодействия между спинами J – в единицах энергии взаимодействия меду ближайшими спинами J_0, величину kT приравниваем некому безразмерному параметру T, который будем считать приведенной температурой. Параметр N, определяющий радиус взаимодействия между спинами, выберем равным 10.

Для расчета среднего значения магнитного момента по формулам (1.5) – (1.7) методом Монте-Карло с малой погрешностью необходимо рассматривать решетки с большим числом узлов и реализовывать большое число статистических испытаний. Однако в такой модели метод становится ресурсоемким, поскольку время счета экспоненциально возрастает с увеличением числа узлов и числа испытаний. Поэтому для исследования данной модели был разработан алгоритм Монте-Карло с применением техники параллельных вычислений. Решетка разбивалась на подобласти, и каждая подобласть обрабатывалась отдельным процессором. В основе такого подхода лежит свойство аддитивности магнитных моментов спинов решетки.

На рис. 2.1 – 2.2 представлены графики зависимости среднего магнитного момента $< M(T) >$ от температуры для различных значений параметра σ для двумерной и трехмерной моделей Изинга. График $< M(T) >$ испытывает скачок при температуре фазового перехода T_c. Из анализа графиков видно, что значение T_c уменьшается при увеличении величины параметра σ.

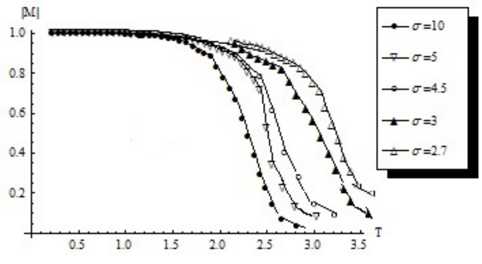

Рис. 2.1. Зависимость $< M >$ от T в двумерной модели для различных σ

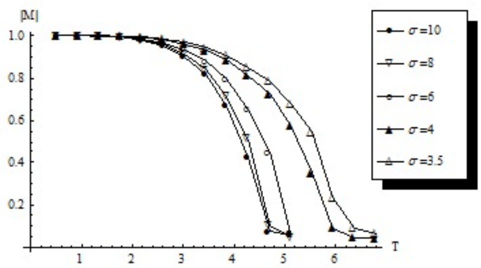

Рис. 2.2. Зависимость $< M >$ от Tв трехмерной модели для различных σ

Заметим, что точность определения температуры фазового перехода T_c по графикам на рис. 2.1 – 2.2 невысока. На точность определения температуры T_c существенное влияние оказывает эффект конечных размеров системы [14; 15].

Для более точного определения температуры фазового перехода нами использовался метод кумулянтов четвертого порядка, предложенный К. Биндером и оказавшийся весьма эффективным [16–19]. Его суть заключается в построении температурных зависимостей кумулянтов $U_N(T)$ четвертого порядка

$$U_L(T) = 1 - \frac{< M^4(T) >}{3 < M^2(T) >^2} \tag{2.1}$$

для различных линейных размеров решетки L и нахождении T_c из общей точки пересечения графиков этих зависимостей.

На основе численного моделирования были получены графики температурной зависимости кумулянтов Биндера по формуле (2.1). Расчеты проводились для двумерных решеток размера 100×100 и 60×60 и трехмерных решеток размера $90 \times 90 \times 90$ и $72 \times 72 \times 72$. Значения параметра σ брались от 0 до 10. Графики зависимости $U_L(T)$ при значении $\sigma = 0$ для двумерных и трехмерных решеток представлены на рис. 2.3.

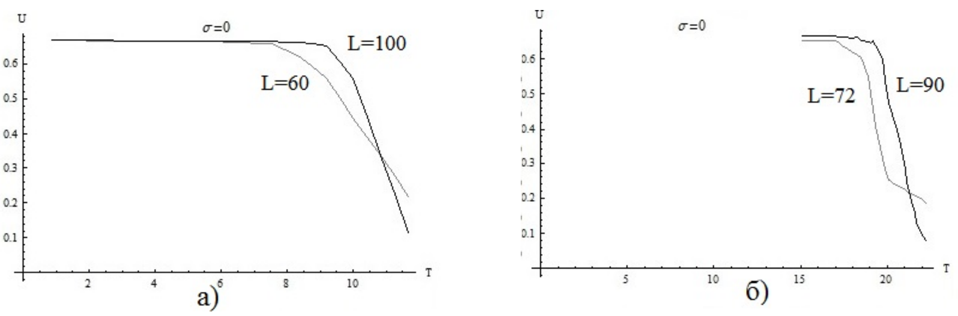

Рис. 2.3. Зависимость кумулянтов $U_N(T)$ от температуры для двумерных (а) и трехмерных (б) решеток

Значения критических температур при различных значениях параметра σ для двумерной и трехмерной моделей представлены на рис. 2.4–2.5 точками. Из графиков видно, что критические температуры в двумерном и трехмерном случаях убывают с увеличением значений параметра σ по экспоненциальному закону.

На основании результатов численного моделирования по методу наименьших квадратов были получены зависимости $T_c(\sigma)$ от параметра σ в аналитической форме. Эти функции имеют вид:

$$T_c(\sigma) = 2.233 + 8.672 \exp(-0.73\sigma) \tag{2.2}$$

для двумерной модели и

$$T_c(\sigma) = 4.511 + 15.863 \exp(-0.7\sigma) \tag{2.3}$$

для трехмерной модели. Графики этих функций на рис. 2.4–2.5 изображены сплошным графиком.

Предложенные формулы (2.2), (2.3) можно записать в виде одного уравнения

$$T_c(\sigma) = A + B \exp(-c\sigma), \tag{2.4}$$

где $A = 2,233$, $B = 8,672$, $c = 0,73$ для двумерной модели и $A = 4,511$, $B = 15,863$, $c = 0,7$ для трехмерной модели.

Заметим, что в предложенной модели относительное изменение интенсивности взаимодействия $J(R)$ между спинами, расположенными на расстоянии R, и спинами на расстоянии $R = 1$ представляется выражением

$$\delta = \frac{J(R)}{J_0} = \frac{1}{R^{(d+\sigma)}}, \tag{2.5}$$

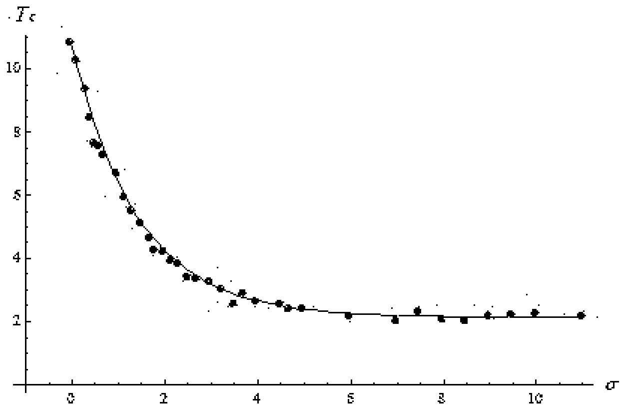

Рис. 2.4. Зависимость $T_c(\sigma)$ для двумерной модели Изинга

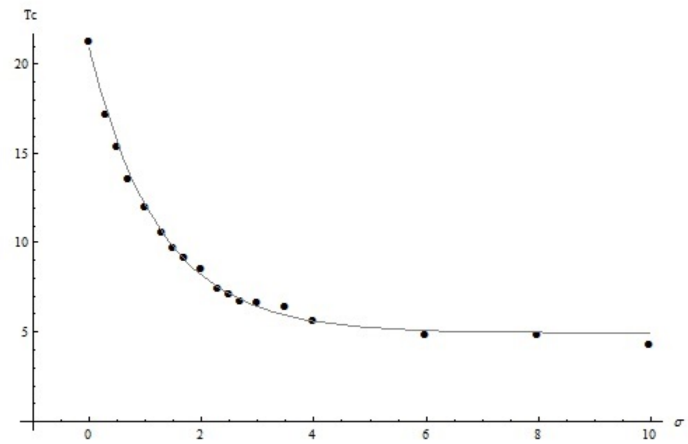

Рис. 2.5. Зависимость $T_c(\sigma)$ для трехмерной модели Изинга

то есть при малых σ константа взаимодействия $J(R)$ между спинами для определенного значения R имеет большее значение, чем при больших σ.

На основании (2.5) построим зависимость σ от R и δ как функцию $\sigma(R,\delta)$

$$\sigma = -\left(d + \frac{\ln\delta}{\ln R}\right). \tag{2.6}$$

Формула (2.6) определяет значение σ, при котором $J(R) = \delta J_0$ при выбранных значениях R и δ.

Мы полагаем, что при $\delta = 10^{-d}$, где d – размерность решетки, интенсивность взаимодействия между спинами можно учитывать до расстояния между ними R_k, при котором $J(R_k) = 10^{-d}J_0$, то есть можно считать $J(R_k+1) = 0$. В предложенной модели данное условие будет выполняться, если в соответствии с выражением (2.6) σ брать в виде σ_k

$$\sigma_k = -\left(d + \frac{-d\ln 10}{\ln R_k}\right), \tag{2.7}$$

где k может принимать значения $2, 3, ..., 10$. Таким образом, в модели формулой (2.7) устанавливается соответствие между параметром σ_k и неким выбранным радиусом области взаимодействия спинов R_k.

Подставляя выражение для σ_k, определяемое уравнением (2.7), в выражение (2.4), получим формулу, которая определяет зависимость температуры фазового перехода T_c

от радиуса области взаимодействия спинов R_k, т. е. $T_c(R_k)$, как для двумерной, так и для трехмерной моделей

$$T_c(R_k) = A + B\exp\left[-cd\left(\frac{\ln 10}{\ln R_k} - 1\right)\right], \tag{2.8}$$

где A, B, c – коэффициенты, которые конкретизируются в соответствии с выражениями (2.2), (2.3) для двумерной или трехмерной моделей.

Зависимость логарифма критической температуры $\ln T_c$ от радиусов области взаимодействия R_k в соответствии с уравнением (2.8) представлена точками на рис. 2.6.

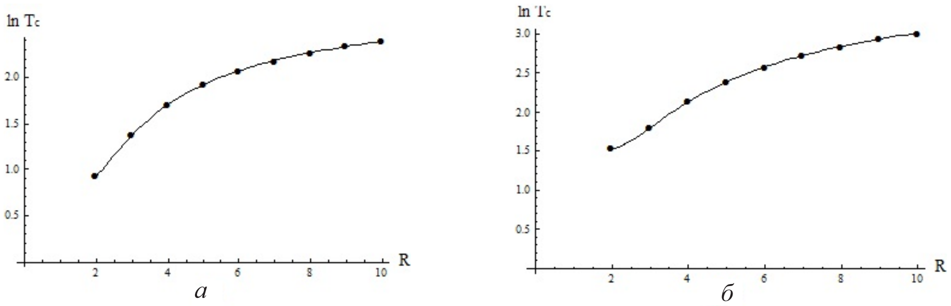

Рис. 2.6. Зависимость логарифма критической температуры от радиуса области взаимодействия для двумерной (*а*) и трехмерной (*б*) моделей Изинга

График на рисунке, представленный точками, для наглядности можно аппроксимировать непрерывной линией, уравнение которой определяется выражением, полученным на основании (2.8) с условием, что R_k заменяется на R, принимающий непрерывные значения.

$$\ln T_c(R) = \ln\left[A + B\exp\left[-cd\left(\frac{\ln 10}{\ln R} - 1\right)\right]\right]. \tag{2.9}$$

Из графиков, представленных на рис. 2.6, видно, что критическая температура возрастает с увеличением радиуса R_k области взаимодействия спинов, приближаясь к некоторому предельному значению при больших R_k.

Заметим, что данные графики качественно совпадают с графиками, полученными ранее в работе [20], где исследовалась модель Изинга с иной формой взаимодействия между спинами.

Выводы

Проведенные в работе расчеты методом Монте-Карло температур фазового перехода в двумерной и трехмерной моделях Изинга с дальними взаимодействиями показали, что температура возрастает с увеличением радиуса области взаимодействия спинов решетки. В предложенной модели, когда взаимодействие убывает обратно пропорционально расстоянию между спинами в некой степени, показано, что температура существенно зависит от показателя степени и возрастает с его уменьшением. Данные результаты, полученные на конкретной модели Изинга, являются основой для описания фазовых переходов в более сложных моделях.

Численные расчеты были проведены на суперкомпьютере Самарского государственного аэрокосмического университета "Сергей Королев".

Литература

[1] Ising E. Beitrag zur Theorie des Ferro- und Paramagnetimus. Hamburg, 1924.

[2] Onsager L. Crystalstatistics. A two-dimensional model with order-disorder transitions // PhysRev. 1944.

[3] Yang C.N. The Spontaneous Magnetization of a Two-Dimensional Ising Model // PhysRev. 1952. V. 85. P. 808–816.

[4] Биндер К., Хеерман Д. В. Моделирование методом Монте-Карло в статистической физике. М.: Наука, 1995. 144 с.

[5] Бирюков А.А., Дегтярева Я.В., Шлеенков М.А. Компьютерное моделирование модели Изинга во внешнем постоянном магнитном поле // Вестник молодых ученых и специалистов СамГУ. 2012. Т. 1. С. 78–82.

[6] Муртазаев А.К., Камилов И.К., Бабаев А.Б. Критическое поведение трехмерной модели Изинга с вмороженным беспорядком на кубической решетке // ЖТЭФ. 2004. Т. 126. С. 1377–1383.

[7] Компьютерное моделирование критического поведения трехмерной неупорядоченной модели Изинга / В.В. Прудников [и др.] // ЖЭТФ. 2007. Т. 132. № 2(8). С. 417–425.

[8] Picco M. Critical behavior of the Ising model with long range interactions // arXiv:1207.1018v1. 2012.

[9] Blanchard T., Picco M., Rajapbour M.A. Influence of long-range interactions on the critical behavior of the Ising model // arXiv:1211.6758v3. 2013.

[10] Ramirez-Pastor A.J., Nieto F. Ising lattices with $\pm J$ second-nearest-neighbor interactions // PhysRev. 1997. V. 55(21). P. 14323–14329.

[11] Three-dimensional Ising model with nearest- and next-nearest-neighbor interactions / A. dos Anjos Rosana [et al.] // PhysRev E. 2007. V. 76(022103).

[12] Cirillo Emilio N.M., Gonnella G., Pelizzola A. Critical behavior of the three-dimensional Ising model with nearest-neighbor, next-nearest-neighbor, and plaquette interactions // PhysRev E. 1997. V. 55(1). R17–R20.

[13] Fisher M.E., Ma Sh., Nickel B.G. Critical exponents for long-range interactions // PhysRevLett. 1972. V. 29. № 14. P. 917–920.

[14] Ferdinand A.E., Fisher M.E. Bounded and inhomogeneous Ising models. I. Specific-heat anomaly of a finite lattice // PhysRev. 1969. V. 185(2). P. 832–846.

[15] Fisher M.E., Barder M.N. Scaling theory for the finite-size effects in the critical region // PhysRev Lett. 1972. V. 28(23). P. 1516–1519.

[16] Муртазаев А.К., Камилов И.К., Магомедов М.А. Кластерные алгоритмы метода Монте-Карло, конечно-размерный скейлинг и критические индексы сложных решетчатых моделей // ЖЭТФ. 2001. Т. 120. № 6. С. 1535–1543.

[17] Loison D. Monte-Carlo cluster algorithm for ferromagnetic Hamiltonians $H = J\sum(S_iS_j)^3$ // Phys. Lett. A. 1999. V. 257. P. 83–87.

[18] Камилов И.К., Муртазаев А.К., Алиев Х.А. Исследование фазовых переходов и критических явлений методами Монте-Карло // УФН. 1999. Т. 169. № 7. С. 773–795.

[19] Binder K. Critical Properties from Monte Carlo Coarse Graining and Renormalization // Phys Rev Lett. 1981. Vol. 47. № 9. P. 693–696.

[20] Бирюков А.А., Дегтярева Я.В. Модель Изинга с дальним взаимодействием во внешнем магнитном поле // XII Всероссийский молодежный Самарский конкурс-конференция научных работ по оптике и лазерной физике: сборник конкурсных докладов (Самара, 12–15 ноября 2014 г.). М.: Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, 2014. С. 49–54.

References

[1] Ising E. Beitrag zur Theorie des Ferro- und Paramagnetimus. Hamburg, 1924 [in German].

[2] Onsager L. Crystalstatistics. A two-dimensional model with order-disorder transitions. *PhysRev*, 1944 [in English].

[3] C.N. Yang. The Spontaneous Magnetization of a Two-Dimensional Ising Model. *PhysRev*, 1952, Vol. 85, pp. 808–816 [in English].

[4] Binder K., Heermann D.W. Monte Carlo simulation in statistical physics. M, Nauka, 1995, 144 p. [in Russian].

[5] Biryukov A.A., Degtyarova Ya.V., Shleenkov M.A. Computer simulation of the Ising model in the external magnetic field. *Vestnik molodykh uchenykh i spetsialistov SamGU* [Vestnik of young scientists and specialists of SamSU], 2012, Vol. 1, pp. 78–82 [in Russian].

[6] Murtazaev A.K., Kamilov I.K., Babaev A.B. Critical behavior of the three-dimensional Ising model with the quenched disorder in the cubic lattice. *ZhTEF* [JETP], 2004, Vol. 126, pp. 1377–1383 [in Russian].

[7] Prudnikov V.V., Prudnikov P.V., Vakilov A.N., Krinitsin A.S. Computer simulation of critical behavior of three-dimentional disordered Ising model. *ZhTEF* [JETP], 2007, Vol. 132, no 2(8), pp. 417–425 [in Russian].

[8] M. Picco. Critical behavior of the Ising model with long range interactions. *arXiv*: 1207.1018v1. 2012 [in English].

[9] T. Blanchard, M. Picco, M.A. Rajapbour. Influence of long-range interactions on the critical behavior of the Ising model. *arXiv*: 1211.6758v3. 2013 [in English].

[10] A.J. Ramirez-Pastor, F. Nieto. Ising lattices with $\pm J$ second-nearest-neighbor interactions. *PhysRev*, 1997, Vol. 55(21), pp. 14323–14329 [in English].

[11] Rosana A. dos Anjos, J. Roberto Viana, J. Ricardo de Sousa, J.A. Plascak. Three-dimensional Ising model with nearest- and next-nearest-neighbor interactions. *PhysRev E*, 2007, Vol. 76(022103) [in English].

[12] Emilio N.M. Cirillo, G. Gonnella, A. Pelizzola. Critical behavior of the three-dimensional Ising model with nearest-neighbor, next-nearest-neighbor, and plaquette interactions. *PhysRev E*, 1997, Vol. 55(1), R17–R20 [in English].

[13] M.E. Fisher, Sh. Ma, B.G. Nickel. Critical exponents for long-range interactions. *PhysRevLett.*, 1972, Vol. 29, no. 14, pp. 917–920 [in English].

[14] A.E. Ferdinand, M.E Fisher. Bounded and inhomogeneous Ising models. I. Specific-heat anomaly of a finite lattice. *PhysRev*, 1969, Vol. 185(2), pp. 832–846 [in English].

[15] M.E. Fisher, M.N. Barder. Scaling theory for the finite-size effects in the critical region. *PhysRev Lett*, 1972, Vol. 28(23), pp. 1516–1519 [in English].

[16] Murtazaev A.K., Kamilov I.K., Magomedov M.A. Cluster Monte Carlo algorithms, finite-size scaling and critical exponents of the complex lattice models. *ZhTEF*, 2001, Vol. 120, no 6, pp. 1535–1543 [in Russian].

[17] Loison D. Monte-Carlo cluster algorithm for ferromagnetic Hamiltonians $H = J\sum(S_iS_j)^3$ *Phys. Lett. A*, 1999, Vol. 257, pp. 83–87 [in English].

[18] Kamilov I.K., Murtazaev A.K., Aliev Kh.A. Monte Carlo studies of phase transitions and critical phenomena. *UFN* [Advances in Physical Sciences], 1999, Vol. 169, no 7, pp. 773–795 [in Russian].

[19] K. Binder. Critical Properties from Monte Carlo Coarse Graining and Renormalization. *Phys Rev Lett*, 1981, Vol. 47, no. 9, pp. 693–696 [in English].

[20] Biryukov A.A., Degtyarova Y. V. Ising model with long-range interactions in the external magnetic field. *XII Vserossiiskii molodezhnyi Samarskii konkurs-konferentsiia nauchnykh rabot po optike i lazernoi fizike: sbornik konkursnykh dokladov (Samara, 12–15 noiabria 2014 g.)* [XII All-Russian youth Samara competition-conference of scientific works on optics and laser physics: collection of competitive reports (Samara, 12–15 November, 2014). M., Federal'noe gosudarstvennoe biudzhetnoe uchrezhdenie nauki Fizicheskii institut im. P.N. Lebedeva RAN, pp. 49–54 [in Russian].

A.A. Biryukov, Y.V. Degtyarova [2]

MONTE-CARLO CALCULATIONS OF PHASE TRANSITION TEMPERATURE IN THE ISING MODEL WITH LONG RANGE INTERACTIONS

The article deals with two-dimensional and three-dimensional Ising models with the long-range spin interactions. The intensity of interaction between the spins relies decreasing with distance r as a power law $r^{-d-\sigma}$ with dimensional d and parameter σ. The research are conducted by Monte-Carlo method with Metropolis algorithm using parallel computing techniques. On the basis of numerical simulation the dependence of the phase transition temperature on the parameter σ is found. It is shown that at phase transition temperature decreases with increasing σ.

Key words: Ising model, phase transition, long-range interactions, interaction radius, critical temperature, Monte-Carlo method.

Статья поступила в редакцию 25/V/2015.

The article received 25/V/2015.

[2] *Biryukov Alexander Alexandrovich* (`biryukov@samsu.ru`), Department of General and Theoretical Physics, Samara State University, 1, Acad. Pavlov Street, Samara, 443011, Russian Federation.

Degtyarova Yana Vladimirovna (`degt-yana@yandex.ru`), Department of General and Theoretical Physics, Samara State University, 1, Acad. Pavlov Street, Samara, 443011, Russian Federation.